

Analisis Parameter Orbit Bintang di Dekat Lubang Hitam SgrA* dan Implikasinya dalam Astronomi

Dolfie Paulus Pandara¹, Budiman Nasution², Lulut Alfaris³, Aldi Cahya Muhammad⁴,
Arip Nurahman⁵, Ruben Cornelius Siagian^{2*}

¹*Departemen Fisika, Universitas Sam Ratulangi, Manado 95115, Indonesia,*

²*Departemen Fisika, Universitas Negeri Medan, Medan 95115, Indonesian,*

³*Department of Marine Technology, Pangandaran 46396, Indonesia,*

⁴*Department of Electrical and Electronics Engineering, Islamic University of Technology,
Dhaka 1704, Bangladesh,*

⁵*Department of Physics Education, Indonesian Institute of Education, Garut 44151, Indonesia.*

* *Corresponding author. E-mail: rubensiagian775@gmail.com*

ABSTRAK

Penelitian ini menjelaskan parameter-parameter orbit bintang di galaksi SgrA*, di mana lubang hitam super masif SgrA* berada di arah pusat galaksi Bima Sakti sendiri. Data dari penelitian sebelumnya digunakan untuk menghitung rata-rata dan akurasi pengukuran parameter-parameter seperti jarak, eksentrisitas, kemiringan orbit, dan periode orbit. Selain itu, parameter orbit bintang lainnya juga dicatat, yang memberikan wawasan lebih lanjut tentang dinamika galaksi SgrA*. Hasil perhitungan teoretis menunjukkan variasi yang signifikan dalam parameter-parameter ini, memperkaya pemahaman kita tentang bintang-bintang yang berinteraksi dengan lubang hitam. Penemuan ini memberikan kontribusi berharga dalam ilmu astronomi dan fisika bintang, mengisi celah penelitian sebelumnya, dan membuka pintu untuk penelitian lebih lanjut. Kesimpulannya, penelitian ini menggambarkan keragaman dalam sifat fisik dan dinamika bintang-bintang yang mengorbit lubang hitam, mendalami pemahaman kita tentang fenomena di sekitar lubang hitam.

Kata Kunci : Parameter Orbit; Galaksi SgrA*; Lubang Hitam; Dinamika Bintang; Penelitian Astronomi

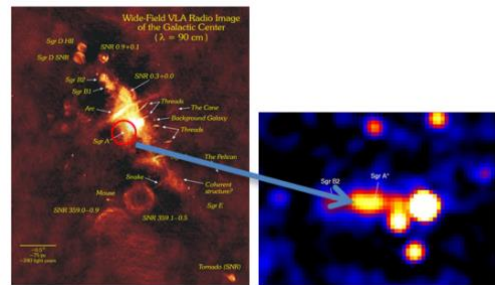
ABSTRACT

This research elucidates the orbit parameters of stars encircling the black hole at the center of the SgrA* galaxy. Data from previous studies were employed to compute the average values and measurement accuracy of parameters like distance, eccentricity, orbital inclination, and orbital period. Furthermore, other star orbit parameters were also documented, offering deeper insights into the dynamics of the SgrA* galaxy. The theoretical calculations yielded significant variations in these parameters, enriching our understanding of stars interacting with a black hole. These findings make a valuable contribution to the fields of astronomy and stellar physics, filling gaps in prior research and paving the way for further investigations. In conclusion, this research portrays the diversity in the physical properties and dynamics of stars orbiting a black hole, deepening our comprehension of phenomena in the vicinity of black holes.

Keywords : Orbit Parameters; SgrA* Galaxy; Black Hole; Stellar Dynamics; Astronomical Research

1. Pendahuluan

Galaksi SgrA* merupakan objek menarik dalam astronomi dan fisika, terutama karena adanya lubang hitam supermasif di pusatnya [1–3]. Bintang-bintang yang mengorbit lubang hitam ini memberikan kesempatan unik untuk memahami fisika ekstrem di sekitar objek ini [4]. Selain itu, memahami parameter-parameter orbit bintang-bintang ini memiliki dampak penting dalam menguji teori relativitas Albert Einstein dan juga memberikan wawasan tentang struktur dan dinamika galaksi [5–9].



Gambar 1. Lokasi galaksi SgrA*

Tujuan utama penelitian ini adalah untuk memahami karakteristik orbit bintang yang berada di sekitar lubang hitam pusat galaksi SgrA*. Penelitian ini juga bertujuan untuk memperluas pengetahuan kita tentang lubang hitam dan dinamika galaksi di pusat galaksi kita.

Penelitian ini akan memberikan wawasan tentang sifat-sifat fisik bintang-bintang yang mengorbit lubang hitam, termasuk kecepatan, pergeseran merah, dan magnitudo [10,11]. Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk menguji prediksi relativitas Albert Einstein dalam konteks gravitasi ekstrem di sekitar lubang hitam. Penelitian ini dapat membantu kita memahami dinamika dan struktur galaksi SgrA* serta dampak lubang hitam di pusatnya [8,12].

Penelitian ini dibatasi pada parameter-parameter orbit bintang yang telah diamati dan dipublikasikan oleh peneliti sebelumnya. Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari dua penelitian terkemuka, yaitu penelitian oleh Gillessen dkk. (2009) dan Meyer dkk. (2012). Oleh karena itu, batasan penelitian ini adalah data yang ada dalam literatur.

Hasil dari penelitian ini dapat memiliki implikasi yang signifikan dalam pemahaman kita tentang bintang-bintang yang mengorbit lubang hitam, fisika relativitas, dan dinamika galaksi. Implikasi ini dapat memengaruhi bidang astronomi dan fisika bintang serta memberikan pemahaman yang lebih

mendalam tentang fenomena yang terjadi di pusat galaksi SgrA* [13].

Penelitian ini mengisi celah pengetahuan dengan menggabungkan data dari dua penelitian terkemuka untuk memberikan pemahaman yang lebih komprehensif tentang parameter-parameter orbit bintang-bintang yang mengorbit lubang hitam [14]. Selain itu, penelitian ini melakukan perhitungan teoretis yang mencakup magnitudo bintang, jarak bintang dari Bumi, efek lensa gravitasi, efek pergeseran merah, dan kecepatan relatif bintang yang berdekatan dengan lubang hitam. Kombinasi antara data observasional dan perhitungan teoretis memberikan kontribusi baru dalam pemahaman kita tentang galaksi SgrA* dan lubang hitam di pusatnya.

2. Metode Penelitian

2.1 Data penelitian

Kita dapat melihat pada Tabel 1. Tabel ini berisi data tentang parameter-parameter orbit beberapa bintang yang mengelilingi lubang hitam pusat dari galaksi SgrA*.

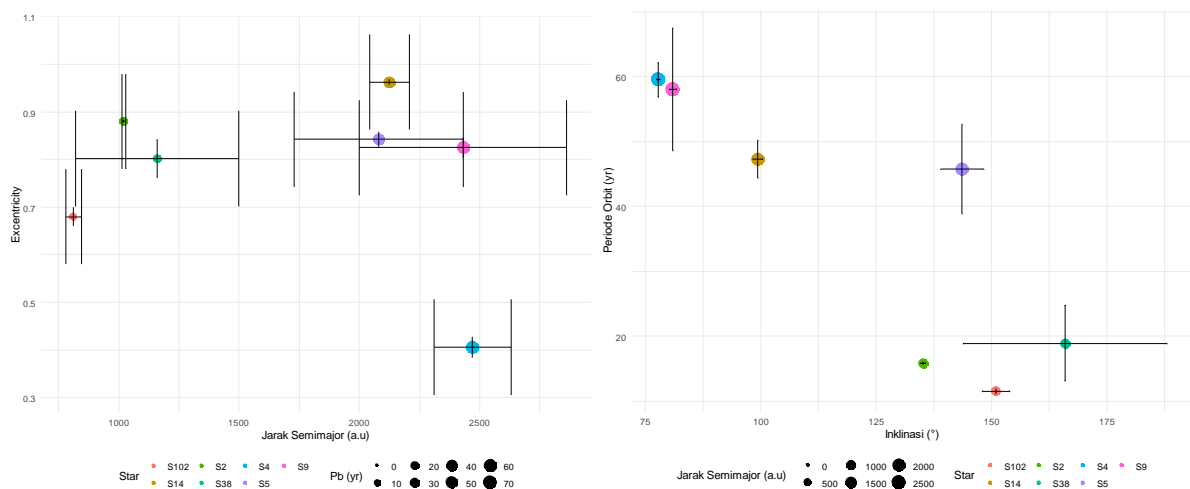
Tabel 1. Parameter orbital dari beberapa bintang (S2, S4, S5, S9, S14, S38, dan S102) yang mengorbit lubang hitam pusat dari galaksi SgrA.

Star	a (a.u)	e	i (°)	Pb (yr)
S2	1020 ± 8	0.880 ± 0.003	135.25 ± 0.47	15.8 ± 0.1
S4	2470 ± 160	0.406 ± 0.022	77.83 ± 0.32	59.5 ± 2.6
S5	2080 ± 350	0.842 ± 0.017	143.7 ± 4.7	45.7 ± 6.9
S9	2430 ± 430	0.825 ± 0.020	81.0 ± 0.7	58.0 ± 9.5
S14	2125 ± 83	0.963 ± 0.006	99.4 ± 1.0	47.3 ± 2.9
S38	1160 ± 340	0.802 ± 0.041	166 ± 22	18.9 ± 5.8
S102	812 ± 32	0.68 ± 0.02	151 ± 3	11.5 ± 0.3

Sumber: Gillessen dkk. (2009) dan Meyer dkk. (2012).

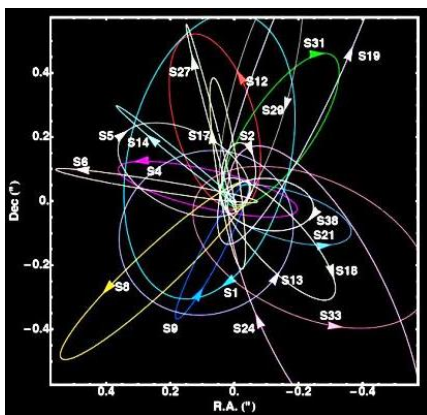
Penelitian ini menginvestigasi parameter-parameter orbit bintang yang mengorbit lubang hitam di pusat galaksi SgrA*. Penelitian ini mencakup parameter-parameter seperti “a” (satuan astronomi), “e” (eksentrisitas orbit bintang), “i” (derajat kemiringan orbit), dan “Pb” (periode orbit). Data yang

digunakan dalam penelitian ini berasal dari studi yang dilakukan oleh Gillessen dkk (2009) serta Meyer dkk (2012). Hasil penelitian tersebut memberikan nilai rata-rata dan standar deviasi untuk setiap parameter orbit bintang, yang menggambarkan tingkat ketepatan pengukuran.



Gambar 2. Hubungan antara Jarak Semimajor dan Excentricity Bintang yang Mengorbit Lubang Hitam SgrA

Plot memvisualisasikan parameter orbital dari bintang-bintang (S2, S4, S5, S9, S14, S38, dan S102) yang mengorbit lubang hitam di pusat galaksi SgrA. Namun, tidak terdapat hubungan yang jelas antara jarak semimajor dengan eksentrisitas, juga antara inklinasi dengan periode orbit. Misalnya, bintang S2 memiliki jarak orbital sekitar 1020 ± 8 a.u dengan eksentrisitas 0.880 ± 0.003 , inklinasi orbit sekitar 135.25 ± 0.47 derajat, dan periode orbit sekitar 15.8 ± 0.1 tahun. Sementara, bintang S4 memiliki jarak orbital sekitar 2470 ± 160 a.u dengan eksentrisitas 0.406 ± 0.022 , inklinasi sekitar 77.83 ± 0.32 derajat, dan periode orbit sekitar 59.5 ± 2.6 tahun. Penelitian ini juga mencatat parameter orbit bintang lain seperti S5, S9, S14, S38, dan S102.

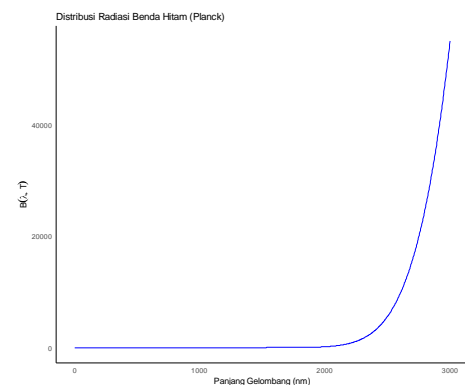


Gambar 3. Simulasi beberapa bintang yang mengorbit lubang hitam di pusat galaksi SgrA* (Meyer dkk (2012))

2.2 Perhitungan teoretis

2.2.1 *Magnitudo bintang*

Persamaan hukum Stefan-Boltzmann, adalah hukum dasar dalam fisika termal yang menghubungkan fluks radiasi (F) dari suatu benda panas dengan suhu benda tersebut (T) [15,16]. Hukum ini sangat penting dalam memahami radiasi termal dan peranannya dalam berbagai bidang fisika dan ilmu pengetahuan lainnya. Dasar hukum Stefan-Boltzmann adalah hukum radiasi Planck (17).



Gambar 4. Grafik spektral radiasi ($B(\lambda, T)$) dari suatu benda panas pada suhu (T) pada panjang gelombang tertentu (λ)

Hukum ini pertama kali ditemukan oleh Max Planck dan mendefinisikan spektrum radiasi benda panas ideal [18]. Hukum ini menyatakan bahwa spektral radiasi ($B(\lambda, T)$) dari suatu benda panas pada suhu (T) pada panjang gelombang tertentu (λ) adalah:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1)$$

Di sini, $B(\lambda, T)$ adalah fluks radiasi pada panjang gelombang λ , (h) adalah konstanta Planck, (c) adalah kecepatan cahaya, dan (k) adalah konstanta Boltzmann. Hukum Kirchoff menyatakan bahwa absorptivitas ($a(\lambda, T)$) pada suhu (T) sama dengan emissivitas ($e(\lambda, T)$) pada suhu yang sama (19):

$$a(\lambda, T) = e(\lambda, T) \quad (2)$$

Untuk mendapatkan fluks radiasi total (F) dari benda pada suhu (T), kita harus mengintegrasikan spektrum radiasi Planck di seluruh panjang gelombang (20). Dalam hal ini, kita menggunakan integral Planck terhadap semua panjang gelombang (21):

$$F = \int_0^{\infty} B(\lambda, T) d\lambda \quad (3)$$

Untuk mengintegrasikan hukum Planck, kita akan menggunakan perubahan variabel, yaitu mengganti λ dengan ($x = hc / \lambda kT$). Ini memungkinkan kita untuk menyederhanakan persamaan:

$$B(x, T) = \frac{2hc^3}{x^5} \frac{1}{e^x - 1} \quad (4)$$

$$dx = -\frac{hc}{\lambda kT} d\lambda \quad (5)$$

Sekarang, kita bisa mengintegrasikan ($B(x, T)$) terhadap (x):

$$F = \int_0^{\infty} \frac{2hc^3}{x^5} \frac{1}{e^x - 1} dx \quad (6)$$

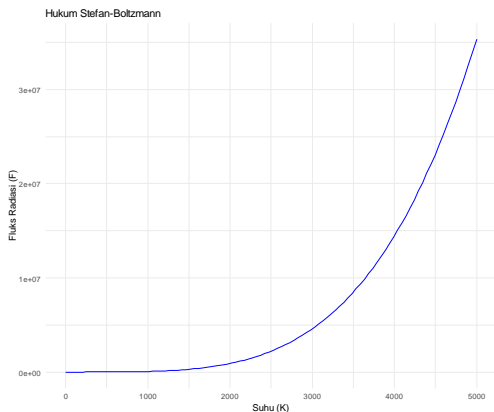
Ini adalah integral Planck yang cukup rumit, tetapi nilai integral ini tercantum dalam literatur. Hasilnya adalah:

$$F = \sigma T^4 \quad (7)$$

di mana σ adalah konstanta Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \quad (8)$$

Ini adalah proses singkat untuk mencapai persamaan hukum Stefan-Boltzmann dari hukum radiasi Planck dan menggunakan integral matematika yang sesuai. Konstanta σ dalam persamaan hukum Stefan-Boltzmann adalah hasil dari integral ini dan memuat nilai-nilai konstanta fisika yang diperlukan. Rumus untuk menghitung energi yang dipancarkan oleh sebuah bintang adalah $F = \sigma T^4$, di mana F adalah fluks energi yang dipancarkan oleh bintang, σ adalah konstanta Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$), dan T adalah suhu permukaan bintang [22].



Gambar 5. Persamaan hukum Stefan-Boltzmann dari hukum radiasi Planck

Selain itu, magnitudo mutlak didefinisikan sebagai magnitudo sebuah bintang saat ditempatkan pada jarak 10 parsek (*sekitar 32,6 tahun cahaya*) dari pengamat [23]. Magnitudo absolut (M) adalah besaran yang mengukur kecerlangan sebenarnya (*intrinsic brightness*) dari sebuah bintang [24]. Ini tidak hanya bergantung pada seberapa terang bintang tersebut terlihat dari Bumi. M berkaitan dengan fluks cahaya (F) yang diterima dari bintang tersebut pada jarak 10 parsek (pc). Persamaan umumnya adalah:

$$M = m - 5 \log(d) + 5 \quad (9)$$

di mana (M) adalah magnitudo absolut. (m) adalah magnitudo tampak (yang dapat diamati dari Bumi). (d) adalah jarak bintang dalam parsek (pc). Fluks adalah jumlah cahaya yang diterima per satuan luas pada detektor atau mata manusia (25). Persamaan fluks adalah:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (10)$$

di mana F adalah fluks dari bintang. L adalah luminositas bintang (kecerlangan) yang merupakan daya pancar bintang. (d) adalah jarak bintang. (F_0) adalah fluks dari bintang standar pada jarak 10 parsek. Bintang standar ini digunakan sebagai referensi dan memiliki magnitudo absolut (M_0). Dengan menggunakan persamaan fluks di atas, kita bisa mengekspresikan (F) sebagai (F_0):

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (11)$$

$$= \frac{L_0}{4\pi(10\text{pc})^2} \quad (12)$$

$$= \frac{L_0}{4\pi \cdot 100\text{pc}^2} \quad (13)$$

di mana (L_0) adalah luminositas bintang referensi. Sekarang kita bisa menggabungkan persamaan M dan persamaan F:

$$M = m - 5 \log(d) + 5 \quad (14)$$

$$F = \frac{L_0}{4\pi \cdot 100\text{pc}^2} \quad (15)$$

Dengan mengganti (F) dengan ($L_0 / 4\pi \cdot 100\text{pc}^2$) dalam persamaan M, kita dapatkan:

$$M = m - 5 \log(d) + 5 \quad (16)$$

$$= m - 5 \log\left(\frac{L_0}{4\pi \cdot 100\text{pc}^2}\right) + 5 \quad (17)$$

Sekarang, dengan menggunakan hukum logaritma ($\log(a/b) = \log(a) - \log(b)$), kita dapat menyederhanakan persamaan tersebut menjadi:

$$M = m - 5 \left[\log(L_0) - \log(4\pi \cdot 100\text{pc}^2) \right] + 5 \quad (18)$$

Jadi, kita memiliki persamaan akhir:

$$M = m - 5 \log(L_0) + 5 \log(4\pi \cdot 100\text{pc}^2) + 5 \quad (19)$$

Namun, jika (L_0) adalah konstan dan $\log(4\pi \cdot 100\text{pc}^2)$ juga adalah konstan, kita dapat menggabungkan konstanta tersebut menjadi satu konstanta. Sehingga, persamaan akhir menjadi:

$$M = m - 5 \log(L_0) + \text{konstanta}. \quad (20)$$

2.2.2 Menghitung jarak bintang dari bumi

Untuk menghitung jarak bintang relativistik yang berdekatan dengan lubang hitam, terdapat beberapa asumsi yang perlu diambil. Asumsi pertama adalah bahwa bintang tersebut merupakan bintang relativistik, yaitu bintang yang menghasilkan cahaya

[26,27]. Asumsi kedua adalah bahwa bintang tersebut menghasilkan cahaya dengan fluks yang dapat diukur oleh alat pengukur di bumi [28]. Dalam menghitung jarak bintang tersebut dari bumi, kita dapat menggunakan persamaan yang disebut sebagai "*Luminosity Distance Formula*" [29]. Persamaan ini didasarkan pada hubungan antara magnitudo mutlak dan fluks cahaya yang diterima dari bintang tersebut di bumi.

$$d_L = \sqrt{\left(\frac{L}{4\pi F}\right)} \quad (21)$$

maka untuk mencari (dd_L / dL) (turunan pertama terhadap (L)), kita akan gunakan aturan rantai (30,31):

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi F}\right)^{1/2} \quad (22)$$

Kita bisa menulis ulanganya sebagai:

$$d_L = (L(4\pi F)^{-1})^{1/2} \quad (23)$$

$$d_L = L^{1/2} (4\pi F)^{-1/2}$$

Untuk menemukan turunan pertama terhadap (L), kita dapat menggunakan aturan rantai:

$$\frac{dd_L}{dL} = \frac{1}{2} L^{-1/2} (4\pi F)^{-1/2} \quad (24)$$

Kemudian, kita dapat menulis ulanganya sebagai:

$$\frac{dd_L}{dL} = \frac{1}{2\sqrt{L(4\pi F)}} \quad (25)$$

Untuk menghitung (d_R), kita akan menggunakan hasil dari (d_L) yang telah kita temukan di atas. Kita diberikan

$$d_R = d_L \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right)} \quad (26)$$

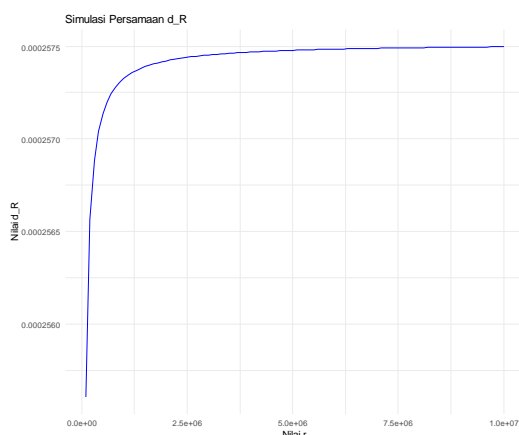
Sekarang, substitusi nilai (d_L):

$$d_R = \sqrt{\left(\frac{L}{4\pi F}\right)} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right)} \quad (27)$$

$$(28)$$

$$d_R = \sqrt{\left(\frac{L}{4\pi F}\right)\left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right)}$$

Plot yang dihasilkan dari persamaan (28) menggambarkan hubungan antara jarak radial (r) dan pemisahan d_R dalam suatu sistem terkait dengan medan gravitasi.



Gambar 6. Hubungan antara jarak radial (r) dan pemisahan d_R dalam suatu sistem terkait dengan medan gravitasi

Plot menggambarkan bagaimana perubahan jarak radial (r) mempengaruhi pemisahan d_R . Ini mengilustrasikan bagaimana jarak antara dua objek dapat bervariasi sehubungan dengan medan gravitasi. Plot mencerminkan jalur-jalur geodesik dalam ruang-waktu, yang merupakan jalur-jalur terpendek di ruang-waktu melalui medan gravitasi. Ketika jarak (r) mendekati nilai kritis $r = GM / c^2$, terjadi perubahan yang signifikan dalam pemisahan d_R . Hal ini menunjukkan pengaruh medan gravitasi yang kuat dan perubahan dalam struktur geometri ruang-waktu. Plot menunjukkan bagaimana pemisahan d_R dipengaruhi oleh konstanta fisika seperti luminositas (L), fluks (F), dan kecepatan cahaya (c). Perubahan nilai-nilai ini mempengaruhi kurva plot sesuai dengan hubungannya dalam persamaan.

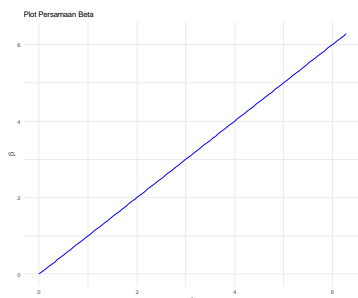
2.2.3 Efek lensa gravitasi

Gravity lensing adalah fenomena di mana gravitasi dari objek besar seperti lubang hitam dapat membelokkan cahaya dari bintang yang terletak di belakangnya [2,32]. Untuk menghitung

solusi eksak fisika untuk gravity lensing pada bintang dekat lubang hitam, kita dapat menggunakan persamaan Einstein untuk lensa gravitasi, yang ditemukan oleh Albert Einstein dalam teori relativitas umumnya [33,34,35]. Persamaan Einstein untuk lensa gravitasi adalah sebagai berikut:

$$\beta = \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S}, \quad (29)$$

di mana β adalah posisi sudut sumber cahaya yang terlihat oleh pengamat. θ adalah posisi sudut sumber cahaya sebenarnya. (G) adalah konstanta gravitasi universal. (M) adalah massa lubang hitam. (c) adalah kecepatan cahaya. (D_L) adalah jarak dari pengamat ke lensa (lubang hitam). (D_S) adalah jarak dari pengamat ke sumber cahaya. (D_{LS}) adalah jarak dari lensa ke sumber cahaya.



Gambar 7. perubahan posisi sudut β akibat lensa gravitasi oleh lubang hitam.

Kita ingin menentukan perubahan posisi sudut β akibat lensa gravitasi oleh lubang hitam. Perubahan ini adalah efek lensing yang disebabkan oleh gravitasi lubang hitam. Untuk mendapatkan rumus gravity lensing yang lebih sederhana, kita dapat mempertimbangkan kasus ketika ($D_L \ll D_S$) dan ($D_{LS} \approx D_S$), yang berarti pengamat berada jauh dari lubang hitam dan sumber cahaya. Dalam kasus ini, kita dapat menyederhanakan persamaan menjadi:

$$\beta \approx \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S} \quad (30)$$

Selanjutnya, kita dapat mengganti D_{LS} dengan ($D_S - D_L$) dan memasukkan parameter lainnya:

$$\beta \approx \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_S - D_L}{D_S} \quad (31)$$

Kemudian, kita dapat menyederhanakan persamaan lebih lanjut:

$$\beta \approx \theta - \frac{4GM}{c^2} \left(1 - \frac{D_L}{D_S} \right). \quad (32)$$

Dalam kasus ini, β adalah posisi sudut yang terlihat oleh pengamat, θ adalah posisi sudut sebenarnya dari

sumber cahaya, (M) adalah massa lubang hitam, (G) adalah konstanta gravitasi universal, (c) adalah kecepatan cahaya, D_L adalah jarak dari pengamat ke lubang hitam, dan D_s adalah jarak dari pengamat ke sumber cahaya. Rumus ini memberikan perubahan posisi sudut β akibat lensa gravitasi oleh lubang hitam. Efek lensing ini telah diamati dan digunakan untuk mengkonfirmasi prediksi relativitas umum Einstein.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{1}{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (33)$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{c} \int_{r_0}^r \frac{GM}{c^2 r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1/2} dr \quad (34)$$

Di mana (ds) adalah elemen interval spasial, (G) adalah konstanta gravitasi, (M) adalah massa lubang hitam, (c) adalah kecepatan cahaya, (r) adalah jarak dari pusat lubang hitam, (t) adalah waktu, (θ) adalah sudut polar, dan (ϕ) adalah sudut azimutal. Untuk menghitung efek pergeseran merah pada cahaya dari bintang dekat lubang hitam, kita harus mempertimbangkan lintasan cahaya yang melengkung mengelilingi lubang hitam (36). Dalam hal ini, kita

2.2.4 Efek pergeseran merah

Rumus dasar yang digunakan untuk menghitung efek pergeseran merah di sekitar lubang hitam adalah rumus Schwarzschild, yang digunakan untuk menggambarkan metrik lubang hitam Schwarzschild (36). Dalam koordinat sferis, rumus Schwarzschild adalah sebagai berikut (37,38):

menggunakan geodesik cahaya, yang merupakan jalur lintasan cahaya di ruang-waktu lengkung [39].

Efek pergeseran merah ini muncul karena perubahan panjang gelombang cahaya yang diterima oleh pengamat akibat medan gravitasi lubang hitam [40]. Kami menggunakan rumus Schwarzschild untuk melacak jalur lintasan cahaya ini dan menghitung pergeseran merahnya. Persamaan ini berkaitan dengan efek gravitasi

relativistik pada pergeseran merah cahaya yang bergerak dari jarak (r_0) ke (r_1) dalam medan gravitasi benda masif seperti lubang hitam. Mulai dengan persamaan dasar untuk pergeseran merah gravitasi $\Delta\lambda / \lambda$:

Di sini, $\Delta\lambda / \lambda$ adalah perubahan dalam panjang gelombang cahaya, (c) adalah kecepatan cahaya, (G) adalah konstanta gravitasi, (M) adalah massa benda yang menghasilkan medan gravitasi (misalnya, lubang hitam), (r) adalah jarak dari pusat benda tersebut, dan (r_0) serta (r_1) adalah jarak awal dan jarak akhir cahaya saat melewati medan gravitasi. Kami akan melakukan integrasi dari (r_0) hingga (r_1). Untuk membuat integrasi lebih mudah, kita dapat menggunakan perubahan variabel $u = 2GM / c^2 r$. Dengan itu, kita dapat menurunkan $du / dr = -2GM / c^2 r^2$, yang akan mempermudah integrasi.

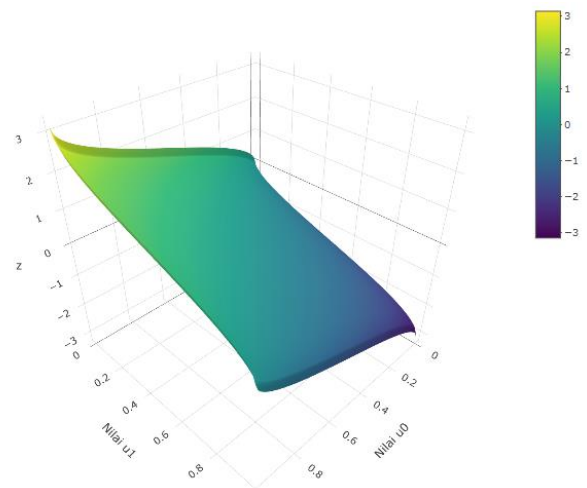
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\int_{u_0}^{u_1} \sqrt{\frac{u}{1-u}} du \quad (35)$$

Di sini, (u_0) dan (u_1) adalah nilai (u) yang sesuai dengan (r_0) dan (r_1). Sekarang kita perlu menghitung integral ini. Kita perlu mengembalikan variabel (r) ke dalam persamaan. Ingat bahwa $u = 2GM / c^2 r$, sehingga (r) dapat

diekspresikan sebagai $r = 2GM / c^2 u$. Setelah menggantikan (r) dalam persamaan di atas dengan ekspresi ini, kita akan mendapatkan solusi akhir untuk pergeseran merah gravitasi:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2 \left(\arcsin(\sqrt{u_1}) - \arcsin(\sqrt{u_0}) \right) \quad (36)$$

dengan (u_0) dan (u_1) yang sesuai dengan (r_0) dan (r_1). Inilah solusi persamaan fisika yang menggambarkan pergeseran merah gravitasi akibat medan gravitasi suatu benda masif seperti lubang hitam. Solusi ini menunjukkan bagaimana cahaya yang datang dari jarak (r_0) ke (r_1) mengalami perubahan panjang gelombang karena pengaruh gravitasi.



Gambar 8. Visualisasi Perubahan Relatif Panjang Gelombang Terhadap Variasi Parameter (u_0) dan (u_1)

Plot dari persamaan [36] memvisualisasikan perubahan relatif

panjang gelombang λ dari radiasi atau gelombang yang dipantulkan atau dibiaskan oleh suatu benda atau sistem dalam kondisi khusus. Variabel (u_0) dan (u_1) merepresentasikan parameter fisika yang memengaruhi perubahan tersebut. Plot 3D menunjukkan bagaimana perubahan (u_0) dan (u_1) memengaruhi perubahan $(\Delta\lambda / \lambda)$ di seluruh permukaan plot.

2.2.5 kecepatan relatif bintang yang berada dekat dengan lubang hitam

Kita akan menghitung kecepatan relatif bintang yang berada pada jarak (r) tertentu dari lubang hitam. Untuk menghitung kecepatan ini, kita akan menggunakan vektor empat-kecepatan bintang (u^μ) [38]. Kecepatan bintang dapat dihitung sebagai komponen waktu dari vektor empat-kecepatan.

$$dx^t = \frac{dt}{d\tau} d\tau = \frac{dt}{d\tau} dr \quad (39)$$

$$dx^\phi = \frac{d\phi}{d\tau} d\tau = \frac{d\phi}{d\tau} dr$$

$$d\tau = \sqrt{-\left(1 - \frac{2GM}{c^2}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\phi^2} \quad (40)$$

$$u^t = \frac{dt}{d\tau} \quad (37)$$

Di sini, τ adalah waktu koordinat bintang itu sendiri. Kita dapat memperoleh τ dengan menggunakan elemen interval ruang-waktu:

$$d\tau = \sqrt{-g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} \quad (38)$$

Kita ingin menghitung (u^t), jadi kita perlu menggantikan (dx^μ) dengan elemen infinitesimal pergerakan bintang (dr) dan ($d\phi$), dengan ($d\theta$) tetap 0 karena kita tidak akan bergerak dalam arah theta:

Selanjutnya, kita memasukkan elemen interval ruang-waktu ke dalam persamaan:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2} + \frac{1}{\left(1 - \frac{2GM}{c^2}\right)^{-1} \frac{dr^2}{d\tau^2} + r^2 \left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2}}} \quad (41)$$

Dalam kasus ini, kita akan mengasumsikan bintang tidak memiliki gerakan sudut ($d\phi/d\tau = 0$), sehingga kita dapat mengabaikan suku terakhir dalam akar. Dengan asumsi ini, kita dapat menghitung ($dt/d\tau$) untuk bintang yang diam relatif terhadap lubang hitam ($dr/d\tau = 0$):

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2}}} \quad (42)$$

Sekarang kita telah menghitung ($dt/d\tau$), kita dapat menghitung kecepatan relatif bintang:

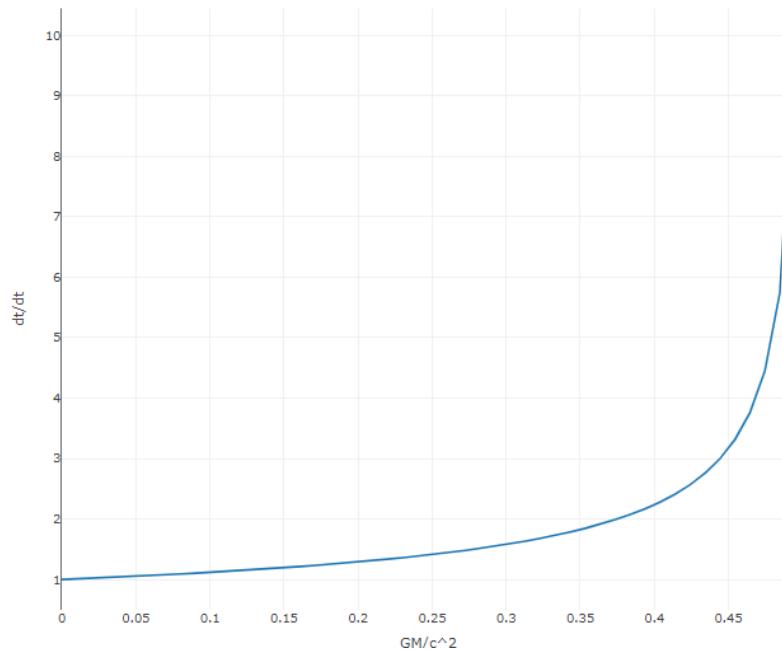
$$u^i = \frac{dt}{d\tau} \quad (43)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2}}}$$

Rumus di atas memberikan kecepatan relatif bintang yang diam relatif terhadap lubang hitam pada jarak (r) tertentu.

Plot yang dihasilkan menampilkan hubungan antara $dt/d\tau$ dengan GM/c^2 , yang menggambarkan pengaruh medan gravitasi terhadap laju waktu relatif $dt/d\tau$ dalam kerangka relativitas umum.

Ketika GM/c^2 bernilai rendah (misalnya, mendekati nol), $dt/d\tau$ mendekati 1, menunjukkan bahwa laju waktu di dalam medan gravitasi yang lemah hampir tidak terpengaruh oleh efek relativitas. Namun, saat GM/c^2 meningkat mendekati 1, $dt/d\tau$ semakin mendekati nol, menunjukkan perlambatan besar dalam laju waktu terhadap *observer* yang diam di luar medan gravitasi yang kuat.



Gambar 9. hubungan antara $dt/d\tau$ dengan GM/c^2

2.2.6 Hasil perhitungan teoretis

Berikut ini adalah tabel data untuk menghitung jarak bintang dari bumi, efek lensa gravitasi, efek pergeseran merah, kecepatan relatif bintang yang

berada dekat dengan lubang hitam, dan energi bintang untuk bintang-bintang yang didapatkan dari Hasil perhitungan teoretis pada subbab 2.2.1 sampai 2.2.5.

Table 2. *Stellar Parameters dan Relativity Data*

Star	Kecepatan Relatif	dR	Beta	Theta	Delta	u_1	u_0	δ_λ / λ
S102	3930000	0.001058	1294.93	262.0253	1032.905	0.939077	0.638572	0.261108
S14	429000	0.000844	2459.23	1077.722	1381.505	0.994908	0.958097	0.346241
S2	2450000	0.001011	1657.46	360	1297.462	0.986086	0.867756	0.352227
S38	4890000	0.000986	2062.69	430.6329	1632.053	1.013629	0.81293	0.565292
S4	1050000	0.000811	2258.59	1355.696	902.8963	0.987383	0.400877	0.146164
S5	2280000	0.000849	3491.47	1041.266	2450.205	0.999508	0.841586	0.320637
S9	628000	0.000815	2116.39	1321.519	794.869	0.989445	0.816292	0.318742

Sumber: Pengolahan data oleh Penulis, 2023

Penelitian ini meneliti beberapa parameter fisik bintang, mengungkap

variasi signifikan dalam kecepatan relatif, perbedaan radius (dR), sudut

rotasi (Theta), perbedaan luminositas (Delta), serta parameter kecepatan aliran (u_1) dan referensinya (u_0), beserta perubahan panjang gelombang relatif (δ_λ/λ). Kecepatan relatif bervariasi antara 429,000 hingga 4,890,000 satuan tertentu, menandakan perbedaan kecepatan antar bintang. Perbedaan radius bintang (dR) berkisar antara 0.0008110 hingga 0.0010580, mempengaruhi sifat fisik dan termal bintang. Sudut rotasi (Theta) bervariasi antara 262.0 hingga 1355.7, menunjukkan variasi signifikan dalam kecepatan rotasi bintang. Perbedaan luminositas (Delta) berkisar antara 794.9 hingga 2450.2, menyoroti variasi signifikan dalam intensitas cahaya bintang. Rentang kecepatan aliran (u_1) dan (u_0) adalah 0.4009 hingga 1.0136 dan 0.7258 hingga 0.9581 masing-masing, menunjukkan variasi dalam dinamika fluida di sekitar bintang-bintang. Perubahan panjang gelombang relatif δ_λ/λ bervariasi dari 0.1462 hingga 0.5653, menggambarkan perubahan panjang gelombang cahaya dari bintang-bintang tersebut.

3. Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, Kecepatan relatif menunjukkan korelasi positif kuat

dengan dR (0.815), yang menunjukkan bahwa semakin tinggi kecepatan relatif antara dua objek, semakin besar perbedaan jarak antara keduanya [41]. Selain itu, Kecepatan Relatif memiliki korelasi negatif kuat dengan Beta (-0.335), menunjukkan hubungan bahwa semakin tinggi kecepatan relatif, semakin rendah nilai Beta.

Variabel dR memiliki korelasi positif kuat dengan Kecepatan Relatif (0.815), menunjukkan bahwa semakin besar perbedaan jarak antara dua objek, semakin tinggi pula kecepatan relatif antara keduanya [42]. Selain itu, dR memiliki korelasi negatif kuat dengan Beta (-0.678), menunjukkan bahwa semakin besar perbedaan jarak, semakin rendah nilai Beta. Beta memiliki korelasi positif moderat dengan Theta (0.589) dan Delta (0.738), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai Beta, semakin tinggi juga nilai Theta dan Delta.

Theta memiliki korelasi negatif kuat dengan Kecepatan Relatif (-0.831) dan Delta (-0.111), mengindikasikan bahwa semakin tinggi nilai Theta, semakin rendah kecepatan relatif dan Delta.

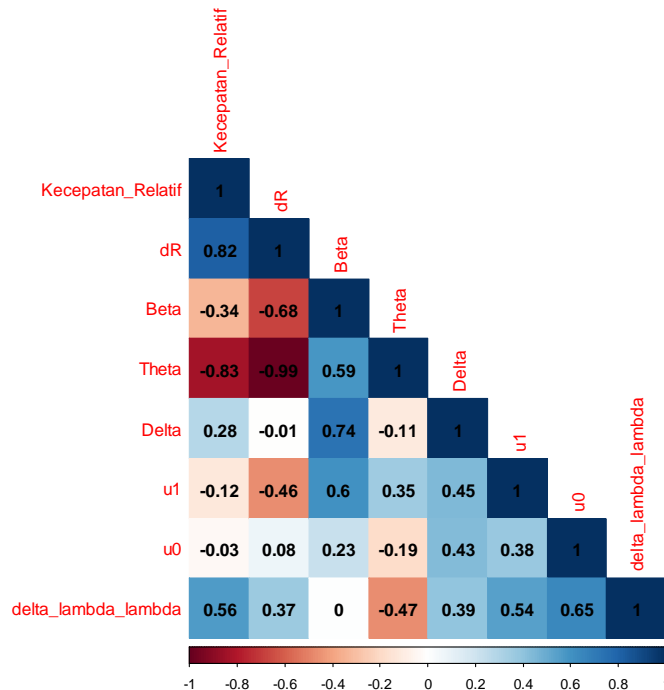
Delta memiliki korelasi positif kuat dengan Theta (0.737), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai Delta, semakin tinggi pula nilai Theta.

Variabel u_1 memiliki korelasi positif kuat dengan Delta (0.449), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai u_1 , semakin tinggi pula nilai Delta. Namun, u_1 memiliki korelasi negatif moderat dengan Kecepatan Relatif (-0.122), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai u_1 , semakin rendah kecepatan relatif.

Variabel u_0 memiliki korelasi positif kuat dengan Delta (0.435), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai u_0 , semakin tinggi pula nilai Delta. Namun, u_0 memiliki korelasi negatif moderat dengan Theta (-0.186) dan Kecepatan

Relatif (-0.032), mengindikasikan bahwa semakin tinggi nilai u_0 , semakin rendah Theta dan kecepatan relatif.

Variabel $\delta\lambda/\lambda$ memiliki korelasi positif kuat dengan u_0 (0.649) dan u_1 (0.540), menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai $\delta\lambda/\lambda$, semakin tinggi pula nilai u_0 dan u_1 . Namun, $\delta\lambda/\lambda$ memiliki korelasi negatif kuat dengan Theta (-0.466) dan korelasi rendah dengan Beta (0.00053), menandakan bahwa semakin tinggi $\delta\lambda/\lambda$, semakin rendah Theta, dan tidak ada hubungan yang signifikan dengan Beta.



Gambar 10. Korelasi parameter bintang sebagai orbiter lubang hitam di pusat galaksi SgrA*.

4. Simpulan

Penelitian ini menginvestigasi parameter orbit bintang di sekitar lubang hitam di galaksi SgrA*. Hasilnya menunjukkan variasi signifikan dalam kecepatan relatif, perbedaan radius, sudut rotasi, dan perbedaan luminositas bintang. Analisis menemukan korelasi positif antara kecepatan relatif dan perbedaan jarak, serta antara perbedaan radius dan kecepatan relatif, menunjukkan hubungan yang terdefinisi di antara mereka. Ada korelasi lain seperti Theta dengan Beta, dan Delta dengan Theta, yang menggambarkan hubungan parameter lainnya. Studi ini memberikan wawasan penting dalam dinamika bintang-bintang di sekitar lubang hitam galaksi SgrA*. Kolaborasi lintas disiplin ilmu fisika dan astronomi direkomendasikan untuk mengembangkan model matematika yang lebih canggih dan teknologi observasi yang lebih presisi untuk memperluas pemahaman tentang astrofisika kompleks ini.

Ucapan Terima Kasih

Dalam kesempatan ini, kami ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan serta kontribusi berharga

dalam penelitian ini. Kami menghargai bantuan dan panduan yang diberikan oleh rekan-rekan sejawat, institusi, dan pihak-pihak terkait yang telah membantu kelancaran penyelesaian karya ini.

5. Referensi

1. Anupama G. Black holes are in sight-Nobel in physics 2020. 2020;
2. Narzilloev B, Ahmedov B. Observational and Energetic Properties of Astrophysical and Galactic Black Holes. *Symmetry*. 2023;15(2):293.
3. Siagian RC, Alfaris L, Nurahman A, Sumarto EP. TERMODINAMIKA LUBANG HITAM: HUKUM PERTAMA DAN KEDUA SERTA PERSAMAAN ENTROPI. *Jurnal Kumparan Fisika [Internet]*. Mei 2023;6(1):1–10. Tersedia pada: https://ejournal.unib.ac.id/kumparan_fisika/article/view/26855
4. Nasution B, Ritonga W, Siagian RC, Alfaris L, Muhammad AC, Nyuswantoro UI, dkk. Physics Visualization of Schwarzschild Black Hole through Graphic Representation of the Regge-Wheeler Equation using R-Studio

- Approach. *Sainmatika: Jurnal Ilmiah Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*. 2023;20(1):8–24.
5. Alfaris L, Siagian RC, Muhammad AC, Nyuswantoro UI, Laeiq N, Mobo FD. Classification of Spiral and Non-Spiral Galaxies using Decision Tree Analysis and Random Forest Model: A Study on the Zoo Galaxy Dataset. *Scientific Journal of Informatics*. 2023;10(2).
 6. Bailes M, Berger BK, Brady P, Branchesi M, Danzmann K, Evans M, dkk. Gravitational-wave physics and astronomy in the 2020s and 2030s. *Nature Reviews Physics*. 2021;3(5):344–66.
 7. Ghosh A. General Relativity and Cosmology: Understanding the Large-Scale Structure of the Universe. 2023;
 8. Nasution B, Siagian RC, Ritonga W, Alfaris L, Muhammad AC, Nurahman A. A Monte Carlo Density Distribution Model Study to Analyze Galaxy Structure, Mass Distribution, and Dark Matter Phenomena. *Indonesian Review of Physics*. 2023;6(1):24–45.
 9. Siagian RC, Pribadi P, Sinaga GHD, Nurahman A, Nasution B. Statistical Data Retrieval Technique in Astronomy Computational Physics. *JATISI (Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi)*. 2023;10(1).
 10. Siagian RC, Alfaris L, Muhammad AC, Nyuswantoro UI, Rancak GT. The Orbital Properties of Black Holes: Exploring the Relationship between Orbital Velocity and Distance. *Journal of Physics and Its Applications [Internet]*. 1 Juni 2023 [dikutip 2 Juni 2023];5(2):35–42. Tersedia pada: <https://ejournal2.undip.ac.id/index.php/jpa/article/view/17860>
 11. Siagian RC, Alfaris L, Sinaga GHD. Review for Understanding Dark Matter in The Universe as Negative Energy. Dalam 2023. hlm. 679–85.
 12. Siagian RC, Alfaris L, Nurahman A, Muhammad AC, Nyuswantoro UI, Nasution B. Separation of Variables Method in Solving Partial Differential Equations and Investigating the Relationship between Gravitational Field Tensor and Energy-Momentum Tensor in Einstein's Theory of Gravity. *Kappa Journal*. 2023;7(2):343–51.

13. Siagian RC. Filsafat Fisika dalam konteks Teori Relativitas. *philosophy*. 1:20.
14. Budiman Nasution, Ruben Cornelius Siagian, Arip Nurahman, Lulut Alfaris. EXPLORING THE INTERCONNECTEDNESS OF COSMOLOGICAL PARAMETERS AND OBSERVATIONS: INSIGHTS INTO THE PROPERTIES AND EVOLUTION OF THE UNIVERSE. *SPEKTRA* [Internet]. 29 April 2023 [dikutip 1 Mei 2023];8(1). Tersedia pada: <https://journal.unj.ac.id/unj/index.php/spektra/article/view/34133>
15. Andrews SS. Thermal Radiation. Dalam: *Light and Waves: A Conceptual Exploration of Physics*. Springer; 2023. hlm. 307–28.
16. Ebrahimnezhad AH. The Problem of Black Body Radiation. 2023;
17. Reggiani L, Alfinito E. Stefan-Boltzmann law revisited. *arXiv preprint arXiv:211212090*. 2021;
18. Ong R. *Diktat Fisika Kuantum*. 2022;
19. Kurtulik M, Shimanovic M, Lev TB, Weill R, Manor A, Shustov M, dkk. Generalization of Kirchhoff's Law of Thermal Radiation: The Inherent Relations Between Quantum Efficiency and Emissivity. *arXiv preprint arXiv:230606783*. 2023;
20. Li Z, Chen Q, Song Y, Zhu B, Zhu J. Fundamentals, materials, and applications for daytime radiative cooling. *Advanced Materials Technologies*. 2020;5(5):1901007.
21. Yuan S, Naveh D, Watanabe K, Taniguchi T, Xia F. A wavelength-scale black phosphorus spectrometer. *Nature Photonics*. 2021;15(8):601–7.
22. Roshanzadeh B. Development and demonstration of a pico-Watt calorimeter for optical absorption spectroscopy. 2020;
23. Akcanca M, Gurbuz SN. Using Astrolabe in Mars and Building a Areocentric (Mars-centric) Celestial Sphere Model. 2022;
24. Perivolaropoulos L, Skara F. Hubble tension or a transition of the Cepheid SNIa calibrator parameters? *Physical Review D*. 2021;104(12):123511.
25. He S, Li H, Yan Y, Cai H. Capturing luminous flux entering human eyes with a camera, Part 2: a field verification experiment. *LEUKOS*. 2023;1–27.

26. Junior P, Hasanuddin H, Arman Y. Model Relativistik Struktur Bintang dengan Profil Kerapatan Kuadratik. PRISMA FISIKA. 10(2):117–27.
27. Planet B. A. Pendahuluan. ILMU DASAR ASTRONOMI. 2022;70.
28. Khamim SP. Seri Sains Bintang. Alprin; 2020.
29. Vallejo-Peña SA, Romano AE. Coordinate independent approach to the calculation of the effects of local structure on the luminosity distance. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2020;2020(03):023.
30. Misbah M. Persamaan Differensial Matematika Fisika. 2022;
31. Nasution B, Alfari L, Siagian RC. Basic Mechanics of Lagrange and Hamilton as Reference for STEM Students. Jurnal Penelitian Pendidikan IPA. 2023;9(2):898–905.
32. Alfari L, Siagian RC, Sumarto EP. Study Review of the Speed of Light in Space-Time for STEM Student. Jurnal Penelitian Pendidikan IPA. 2023;9(2):509–19.
33. MISBAH M. Teori Relativitas. 2023;
34. Sinaga GHD, Panjaitan MB, Siagian RC, Siahaan KWA. MEMAHAMI INDAHNYA SEMESTA DENGAN DASAR TEORI KOSMOLOGI DAN ASTRONOMI FISIKA SERTA SEJARAHNYA [Internet]. Penerbit Widina; Tersedia pada: <https://books.google.co.id/books?id=BKtwEAAAQBAJ>
35. Thariq A, Choudhury MD. A note on gravitational lensing. Dalam AIP Publishing; 2023.
36. Lambiase G, Mastrototaro L, Pantig RC, Ovgun A. Probing Schwarzschild-like Black Holes in Metric-Affine Bumblebee Gravity with Accretion Disk, Deflection Angle, Greybody Bounds, and Neutrino Propagation. arXiv preprint arXiv:230913594. 2023;
37. Li X, Zhang X, Lin HN. Probing a Finslerian Schwarzschild black hole with the orbital precession of Sagittarius A. Physical Review D. 2022;106(6):064043.
38. Siagian RC, Alfari L, Muhammad AC, Mamou AE, Rancak GT, Nyuswantoroe UI, dkk. Pengantar Matematika Geometri Lubang Hitam. wawasan Ilmu;



39. Hadi M. Dasar-Dasar Optika Geometri. 2022;
40. Brilianza A, Jannah M. Lubang Hitam: Sebuah Pengantar Populer. 2020;
41. Bootsma RJ, Oudejans RR. Visual information about time-to-collision between two objects. *Journal of experimental psychology: human perception and performance*. 1993;19(5):1041.
42. Murmu N, Chakraborty B, Nandi D. Relative velocity measurement using low cost single camera-based stereo vision system. *Measurement*. 2019;141:1–11.