

BEBERAPA HASIL PENELITIAN YANG MENGGUNAKAN TEORI APOS PADA PEMBELAJARAN MATA KULIAH STRUKTUR ALJABAR (ALJABAR ABSTRAK)

Elah Nurlaelah

Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA
Universitas Pendidikan Indonesia

ABSTRAK

Teori APOS adalah suatu teori yang merupakan perluasan dari teori Piaget pada bagian reflektif abstraksi yang diterapkan pada kurikulum matematika Perguruan Tinggi. Kerangka Penelitian berdasarkan Teori APOS telah dikembangkan sebagai suatu mekanisme yang dapat digunakan untuk memeriksa dan menjelaskan berfikir matematika tingkat tinggi mahasiswa. Artikel ini mengupas penelitian-penelitian yang dilakukan oleh RUMEC (*Research in Undergraduate Mathematics Education Community*) tentang penggunaan Teori APOS dalam pembelajaran Struktur Aljabar. Pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan ketertarikan dan semangat mahasiswa pada matematika, yang merupakan hal yang potensial dimana hal ini akan memberikan keuntungan yang baik dalam segi akademik. Disamping itu mahasiswa cenderung memberikan perhatian yang khusus pada pembelajarannya.

Kata kunci: teori APOS, pembelajaran struktur aljabar

PENDAHULUAN

Sudah beberapa tahun yang lalu komunitas peneliti yang tergabung dalam RUMEC (Research in undergraduate Mathematics Education Community) telah menerapkan kerangka penelitian tertentu untuk mempelajari cara belajar mahasiswa pada beberapa bidang studi yang berada pada kurikulum perguruan tinggi. Yang termasuk dalam kerangka penelitian adalah pengembangan dan implementasi perlakuan instruksional yang didasarkan pada teori APOS, yaitu suatu teori yang merupakan perluasan dari teori Piaget pada bagian reflektif abstraksi yang diterapkan pada kurikulum matematika Perguruan Tinggi. Fokus utama dari kerja RUMEC yaitu bagaimana mereka dapat mengembangkan pemahaman siswa pada konsep-konsep matematika.

Berikut akan disajikan beberapa hasil penelitian yang berdasarkan Teori APOS yang diterapkan pada mata kuliah Struktur Aljabar (Aljabar Abstrak).

Pengolahan data pada penelitian-penelitian ini menggunakan metode kualitatif. Data diperoleh dari hasil tes, yang dilengkapi dengan wawancara (indepth interview) untuk mendapat gambaran sejauh mana atau pada tingkat berfikir yang mana suatu konsep dikuasai oleh siswa (mahasiswa).

Hasil penelitian yang akan dikaji adalah 1) “*The Development of students’ Understanding of Permutations and Symmetrics*” yang memeriksa bagaimana mahasiswa mengembangkan pemahamannya untuk materi permutasi pada himpunan hingga dan sifat simetri dari poligon beraturan, 2) “*Student Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups*” yang mempelajari konstruksi mental yang terbentuk dalam mengembangkan pemahamannya pada konsep Koset, Normalitas, dan Grup Kosien/Grup Faktor, dan 3) “*Learning Binary Operation, Groups, and Subgroups*” yang memeriksa pemahaman siswa dalam memformulasikan konsep-konsep Operasi Biner, Grup, dan Subgrup.

Data yang diperoleh pada penelitian 2) dan 3) merupakan data non-perbandingan dan data perbandingan sementara pada penelitian 1) datanya hanya berupa data non-perbandingan. Data non-perbandingan dan perbandingan diperoleh dari subyek penelitian sebanyak 31 mahasiswa yang mengikuti perkuliahan secara lengkap selama satu semester dengan menggunakan Teori APOS dan pembelajaran dengan siklus ACE. Sebagai pembanding yaitu mahasiswa yang mengikuti pembelajaran dengan menggunakan metode tradisional, subyek penelitiannya terdiri dari 20 orang mahasiswa. Meskipun kedua metode pembelajaran yang dilaksanakan berbeda tetapi konsep yang dipelajari secara esensial sama.

Data non-perbandingan berasal dari tiga kali ujian dan data yang berasal dari wawancara. Sedangkan data perbandingan pada penelitian 2) dan 3) berasal dari wawancara ke dua kelompok. Keseluruhan data tersebut diperoleh dari kelompok mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan Teori APOS (selanjutnya disebut kelompok eksperimen (EKS)). Ketiga puluh satu mahasiswa mengikuti secara lengkap ujian tulisan, 24 mahasiswa berpartisipasi dalam wawancara ke satu (data non-perbandingan) dan 17 mahasiswa berpartisipasi pada wawancara ke dua. Ke 20 orang mahasiswa dari kelompok tradisional (TRAD) berpartisipasi dalam wawancara ke dua atau untuk data perbandingan.

DATA HASIL PENELITIAN

1. Deskripsi Instrumen Untuk Ketiga Penelitian

Dari tiga ujian tertulis, salah satu ujiannya dilaksanakan dalam kelompok, sementara dua yang lainnya dilaksanakan secara individual.

Berikut adalah uraian dari topik-topik yang diujikan dan yang dijadikan bahan wawancara.

- **Operasi Biner:** operasi biner abstrak, pengawetan sifat komutatif dalam suatu subgrup, operasi grup pada himpunan satuan dari suatu ring, operasi grup dalam grup permutasi, operasi pada koset-koset suatu ring.
- **Sifat-sifat Grup:** Memeriksa apakah suatu pasangan himpunan $(G, *)$ membentuk suatu grup.
- **Identifikasi/konstruksi subgrup:** Mengidentifikasi subgrup, menganalisa apakah himpunan yang diberikan merupakan suatu subgrup, menentukan semua subgrup dari grup tertentu.
- **Subgrup secara umum:** Subgrup dari Grup Siklik, konjugat dari suatu grup.
- **Elemen-Elemen dari suatu grup:** order elemen-elemen suatu grup, order hasil kali dari elemen.
- **Koset-Koset:** Menentukan koset-koset dari grup tertentu, Menyatakan dan membuktikan Teorema Lagrange.
- **Subgrup Normal dan Grup Kosien/Faktor:** definisi ekuivalensi dari normalitas, memeriksa subgrup normal dari grup tertentu yang diberikan, Normalitas kernel dari suatu homomorfisma, mengkontruksi dan mengidentifikasi grup dan ring faktor, metode representatif untuk operasi koset-koset.
- **Grup Permutasi dan Simetri:** Represntasi eksplisit elemen-elemen dari grup permutasi yang diberikan, mendiskusikan struktur sikel dari subhimpunan S_n , menentukan suatu subgrup atau subgrup normal dari grup permutasi, mengkonstruksi grup faktort dari grup permutasi.

Hasil yang diperoleh mahasiswa untuk materi-materi yang diuraikan di atas disajikan pada tabel di bawah ini

Hasil Non-Perbandingan	
Materi/Topik	Hasil (Instrumen)
Operasi Biner <ul style="list-style-type: none"> Operasi biner abstrak 	Diberikan sembarang ring R dan identitas penjumlahannya adalah 0 , Tunjukkan bahwa $x \cdot 0 = 0, \forall x \in R$ 100% mahasiswa dapat mengkoordinasikan dua operasi pada ring. Skor rata-rata pada pertanyaan ini adalah 77% (individual tes). Diberikan suatu grup $(G, *)$, mahasiswa diminta untuk mendefinisikan suatu operasi biner yang baru dalam bentuk $*$, $3/7$ grup mendapat nilai penuh dalam membuktikan bahwa $(G, *)$ adalah suatu grup. Rata-rata keseluruhan score untuk pertanyaan ini adalah 89% (tes kelompok).
<ul style="list-style-type: none"> Kekekalan sifat komutatif dari suatu subgrup 	$7/7$ grup mendapat nilai penuh ketika diminta untuk membuktikan atau menyajikan suatu <i>counterexample</i> dari pernyataan: setiap subgrup dari non abelian grup adalah non abelian. (grup tes).
<ul style="list-style-type: none"> Operasi pada himpunan dari suatu ring 	100% mahasiswa mengerjakan secara tepat operasi pada R^* , yang membedakannya dari operasi penjumlahan (individual tes).
<ul style="list-style-type: none"> Operasi Grup dari Grup Permutasi 	42% dari mahasiswa merespon secara tepat atau dapat menghubungkan contoh khusus hasil kali permutasi dengan ide umum suatu fungsi dari dua variabel. (wawancara).
<ul style="list-style-type: none"> Operasi koset-koset dari suatu ring 	90% dari mahasiswa mengerjakan secara tepat operasi koset dari ring $2Z/6Z$ (individual tes).

Hasil Non-Perbandingan	
Materi/Topik	Hasil (Instrumen)
Sifat-Sifat Grup <ul style="list-style-type: none"> • Tunjukkan bahwa $(G, *)$ membentuk suatu grup 	Diberikan dua grup $(G_1, *_1)$ dan $(G_2, *_2)$. 7/7 grup mendapat nilai penuh dalam membuktikan bahwa $(G = G_1 \times G_2, *)$ dimana $[a, b] * [c, d] = [a *_1 c, b *_2 d]$ adalah suatu grup. (tes kelompok).
	Diberikan sebarang ring R, tunjukkan bahwa R^* membentuk suatu grup, 39% dari mahasiswa memperoleh nilai penuh atau sedikit membuat kesalahan. Rata-rata nilai untuk pertanyaan ini adalah 68% (individual tes).
Mengidentifikasi/ mengkonstruksi Subgrup <ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi Subgrup • Menentukan subgrupnya jika diberikan grup tertentu 	(Pertanyaan benar/salah pada tes individual). Diberikan suatu subset tertutup dari suatu grup, Apakah anda yakin bahwa subset itu suatu subgrup. 90% merespon secara tepat. S_n isomorfik dengan subgrup dari S_{n+2} , 71% menjawab tepat.
	7/7 grup menjawab tepat dalam mengidentifikasi suatu subgrup dari S_4 isorfik dengan S_3 . (tes kelompok).
<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan semua subgrup dari grup tetentu. 	4/7 dapat menemukan semua subgrup dari D_4 , 3 kelompok lainnya kurang satu tau dua subgrup yang berorder 4.
Elemen-Elementen suatu Grup <ul style="list-style-type: none"> • Order dari elemen-elemen suatu grup 	90% merespon positif secara tepat semua order dari suatu elemen dari suatu grup untuk membentuk subgrup (individual tes)
<ul style="list-style-type: none"> • Order dari produk dua elemen 	Diberikan grup komutatif G dengan suatu elemen berorder 2 dan yang satunya berorder 3, haruskah G memiliki elemen dengan order 6? Apa yang akan terjadi jika 2 dan 3 diganti dengan bilangan yang lainnya? 46% dari mahasiswa menjawab secara tepat (wawancara).

Hasil Non-Perbandingan	
Materi/Topik	Hasil (Instrumen)
Koset-Koset <ul style="list-style-type: none"> Menentukan koset-koset dari grup tertentu 	Diberikan $G = S_3$ dan $H = A_3$, 77% mahasiswa menentukan koset-koset G/H dengan tepat (Individual tes).
	Diberikan $G = 2Z$ dan $H = 6Z$, 90% mahasiswa dapat menentukan koset-koset $2Z/6Z$ dengan tepat (tes kelompok)
<ul style="list-style-type: none"> Menyatakan/ Membuktikan Teorema Lagrange 	7/7 grup dapat menyatakan teorema dengan tepat, Rata-rata nilai grup pada pembuktian Teorema Lagrange adalah 76%.
Subgrup Normal dan Grup Faktor <ul style="list-style-type: none"> Definisi Ekuivalensi dari Kenormalan 	845 mahasiswa mengerti bahwa normalitas merupakan suatu sifat dari suatu subgrup (individual tes)
	52% dari mahasiswa dapat menyebutkan definisi ekuivalensi untuk kenormalan (individual tes).
	65% mahasiswa dapat mengajukan definisi normalitas pada saat mendiskusikan apa yang akan terjadi jika diberikan $K = \{(1), (12)(34), (14)(23), (13)(24)\}$ suatu subgrup dari S_4 . (wawancara)
<ul style="list-style-type: none"> Menentukan subgrup normal jika diberikan suatu grup. 	84% mengidentifikasi dengan tepat suatu subgrup normal dari S_3 . 24 orang mengidentifikasi grup alternating sebagai suatu contoh (individual tes).
<ul style="list-style-type: none"> Normalitas suatu Kernel dari suatu Homomorfisma. 	53% mahasiswa membuktikan secara tepat bahwa kernel suatu homomorfisma adalah suatu subgrup normal (individual tes).
<ul style="list-style-type: none"> Mengkonstruksi/Mengidentifikasi Grup Faktor 	Bekerja dengan S_3 , 73% mahasiswa mendaftarkan semua koset dari S_3/A_3 secara tepat. 30% mahasiswa mengidentifikasi grup faktor sebagai Z_2 (individual tes).

Hasil Non-Perbandingan	
Materi/Topik	Hasil (Instrumen)
	Grup faktor $2Z/6Z$, 90% menyusun semua koset-kosetnya, menentukan operasi, dan menghitungnya dengan menggunakan tabel cayley secara tepat (individual tes)
	Untuk S_4 , 63% mahasiswa dapat menentukan himpunan koset-koset, menyusunnya dalam suatu tabel, dan melakukan operasi pada koset-koset. (wawancara).
	71% mahasiswa menyampaikan suatu definisi yang dapat diterima tentang koset. (wawancara).
Grup Permutasi dan grup Simetri	7/7 secara kelompok menghasilkan nilai yang sempurna
<ul style="list-style-type: none"> Menuliskan Kembali elemen-elemen dari Grup Permutasi 	
<ul style="list-style-type: none"> Mendiskusikan Struktur Cycle dari subset S_n 	61% mahasiswa menerangkan apa yang dimaksud dengan suatu subset S_n tertutup terhadap struktur Cycle. (individual tes).
	94% mahasiswa mngerti apa yang dimaksud dengan dua permutasi memiliki strukstur cycle yang sama. (individual tes)

- Respon Individual: Rata-rata pada tes individual atau pertanyaan wawancara dijawab secara tepat oleh 72% mahasiswa. 8 (35%) dari keseluruhan soal (23) dijawab secara sempurna oleh paling tidak 90% mahasiswa.
- Tes Kelompok: Setiap kelompok mendapat nilai penuh untuk 5 dari 7 soal yang ada. Sisanya yaitu, satu pertanyaan mengenai penentuan semua subgrup dari D_4 , 3 kelompok tidak mendapat nilai penuh karena tidak dapat menentukan satu atau dua subgrup lainnya. Kasus yang lainnya, ditemukan oleh Hart bahwa menuliskan bukti untuk materi operasi biner yang merupakan sub topik pada teori grup merupakan salah satu kesulitan yang standar dari setiap kelompok.
- Selanjutnya dari penelitian ini diketahui yaitu walaupun hanya 3 kelompok yang mendapat nilai penuh, tapi rata-rata keseluruhan yaitu 89% dapat menjawab soal yang diujikan.

2. Data Perbandingan dan Perkembangan Tingkat Kognitif pada Penelitian (3)

Brown, *et.al* (1997) dalam penelitiannya melakukan perbandingan antara kelompok eksperimen (EKS) yang pembelajarannya berdasarkan Teori APOS dan kelompok kontrol (TRAD) yang pembelajarannya menggunakan metode tradisional. Perbandingan yang dilakukan oleh Brown dkk didasarkan pada analisa butir soal untuk materi *Sifat-Sifat grup* dan *Identifikasi Subgrup*. Setiap soal dianalisa dengan mengidentifikasi indikator-indikator keberhasilan (*suksesful*) dan ketidakberhasilan (*unsuksesful*).

- Tabel berikut menampilkan indikator (keberhasilan dan ketidakberhasilan) yang dicapai oleh mahasiswa.

Q#1 (Wawancara). Mahasiswa diberikan definisi tentang pusat (*Center*) dari suatu grup. Mahasiswa diminta untuk mengekspresikan definisi tersebut dalam notasi himpunan, selanjutnya diminta menunjukkan bahwa pusat suatu grup adalah suatu subgrup.

Indikator Keberhasilan Penampilan	EKS	TRAD
Mahasiswa dapat mengkonstruksi pusat suatu grup sebagai suatu subset	47% (8/17)	40% (8/20)
Mahasiswa memahami bagaimana menggunakan aksioma-aksioma grup pada pusat suatu grup.	88% (15/17)	55% (11/20)
Mahasiswa menunjukkan bahwa keempat aksioma grup harus diperiksa	76% (13/17)	5% (1/20)
Mahasiswa membuktikan bahwa setiap aksioma dipenuhi pada suatu pusat	35% (6/17)	15% (3/20)
Mahasiswa membuat sedikit langkah dalam mengkonstruksi pusat suatu grup sebagai suatu subset	35% (6/17)	30% (6/20)
Mahasiswa menunjukkan tidak mengetahui aksioma-aksioma grup	0% (0/17)	30% (6/20)
Mahasiswa tidak dapat membuktikan bahwa pusat memenuhi aksioma-aksioma grup	18% (3/17)	20% (4/20)

Q#2 (wawancara). Mahasiswa diminta untuk menyajikan contoh-contoh subgrup dari Z , selanjutnya diminta untuk membuat pernyataan secara umum berkaitan dengan struktur suatu subgrup.

Indikator Keberhasilan Penampilan	EKS	TRAD
Mahasiswa mengetahui bahwa setiap subset yang berbentuk nZ adalah subgrup dari Z .	82% (14/17)	50% (10/20)
Mahasiswa mengetahui bahwa semua subgrup dari Z berbentuk nZ	47% (8/17)	20% (4/20)
Mahasiswa secara esensial tidak dapat menemukan subgrup-subgrup dari Z	0% (0/17)	15% (10/20)
Mahasiswa berfikir bahwa grup Z_n adalah subgrup dari Z	29% (8/17)	60% (4/20)

Catatan: subyek sampel dalam wawancara ini 17 orang.

Rata-rata Indikator untuk Q#1 dan Q#2.

- Rata-rata 62.5% dari mahasiswa kelompok eksperimen memenuhi kriteria keberhasilan, sedangkan kelompok kontrol (tradisional) hanya 30.8%.
- Untuk indikator ketidakberhasilan secara rata kelompok eksperimen menunjukkan penampilan yang tidak memuaskan sebanyak 16%, sedangkan kelompok tradisional sebanyak 31%.

3. Data Perbandingan dan Perkembangan Tingkat Kognitif Pada Penelitian (2)

Pada penelitian ini peneliti menginvestigasi pemahaman siswa untuk konsep Koset dan Normalitas.

Pertanyaan-pertanyaan yang digunakan untuk menganalisa konsep Koset. Tiga pertanyaan dalam tes individual digunakan untuk menganalisa konsep Koset yang terbentuk dalam pikiran mahasiswa, yaitu dengan memeriksa apakah mahasiswa mencapai pemahaman tingkat *Action*, *Process*, dan *Object*.

Q#1 (Tes Individual). Terdapat beberapa kondisi yang ekuivalen dalam membuktikan bahwa suatu subgrup H adalah subgrup normal dari G . Salah satunya adalah $\forall g \in G, gHg^{-1} \subset H$. Tentukan kondisi yang lain dan tunjukkan bahwa kondisi tersebut ekuivalen dengan dengan pernyataan di atas.

Tingkat Kognitif – Untuk Konsep Koset, Q#1	EKS
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Object	58% (8/31)
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Process	10%(3/31)
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Action	16%(5/31)
Mahasiswa menunjukkan hanya sedikit memahami fakta-fakta tentang pengertian Koset	16%(5/31)

Q#2 (Tes Individual). Dalam grup S_4 , perhatikan subgrup berikut;

$$K = \{(1), (12)(34), (14)(32), (13)(24)\}.$$

Apa yang terjadi jika K merupakan subgrup normal ?

Q#3 (Tes Individual). Periksa dengan menggunakan tabel Cayley tentang S_4/K

Tingkat Kognitif- Untuk Konsep Koset, Q#2, Q#3	EKS
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Object	71% (17/24)
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Process	17% (4/24)
Mahasiswa melakukan operasi antara tingkat Action dan Process	12% (3/24)

Ketika membandingkan data wawancara, konsep koset dimasukkan dalam konteks pertanyaan yang meliputi Teorema Lagrange.

Q#4. (Wawancara)

1. Apakah kamu ingat tentang Teorema Lagrange?
2. Bagaimana isi dari Teorema Lagrange?
3. Bagaimana membuktikan Teorema Lagrange?

Data penampilan secara perbandingan dari wawancara ini disajikan pada tabel di bawah ini;

Katagori Pertanyaan	EKS	TRAD
Mahasiswa dapat menyatakan Teorema Lagrange	41% (7/17)	20%(4/20)
Mahasiswa dapat membuktikan Teorema Lagrange	35%(6/17)	15%(3/20)
Mahasiswa dapat mengingat aplikasi dari Teorema Lagrange	65%(11/17)	20%(4/20)
Mahasiswa dapat mengingat/mengkonstruksi konsep koset tanpa desakan	53% (9/17)	15%(3/20)

Secara keseluruhan 11/17 (65%) mahasiswa dari kelompok eksperimen dan 7/20 (35%) mahasiswa dari kelompok tradisional dapat mengemukakan konsep koset secara bermakna (2 orang dari kelompok eksperimen dan 4 orang dari kelompok tradisional membutuhkan sedikit paksaan untuk menjawab). Hasil wawancara ini selanjutnya diklasifikasikan dalam tiga kelompok tingkatan kognitif berikut;

	Tingkatan Kognitif – Untuk konsep Koset, Q#4	EKS	TRAD
<i>Tingkat Tinggi</i> ↓	Mahasiswa mendemonstrasikan taraf berfikir tingkat Object secara kuat	45%	43%
↓	Mahasiswa mendemonstrasikan kemampuan untuk merekonstruksi pengetahuannya tentang konsep koset dan kemampuan untuk <i>de-encapsulate</i> (mengurai kembali), walaupun penampilannya tidak menunjukkan kemampuan berfikir tingkat <i>object</i> yang kuat.	27%	14%
↓ <i>Tingkat rendah</i>	Walaupun mereka mendiskusikan tentang konsep koset sebagai suatu object, mereka tidak mendemonstrasikan kemampuan <i>de-encapsulate</i> (mengurai kembali) ataupun kemampuan untuk menggunakan tingkat berfikir Action untuk konsep Koset.	27%	43%

Di bawah ini disajikan pertanyaan-pertanyaan yang digunakan untuk menganalisa tingkat berfikir mahasiswa untuk konsep Normalitas.

Q (Wawancara). Definiskan pusat suatu grup. Tunjukkan bahwa puast suatu grup membentuk suatu subgrup normal.

Peneliti mengklasifikasikan respon mahasiswa tentang konsep normalitas berdasarkan lima tingkat katagori perkembangan berikut;

	Katagori Perkembangan	EXP	TRAD
<i>Tingkat Tinggi</i>	Mahasiswa secara tepat dapat menyebutkan definisi yang ekuivalen dan menjawab kondisi yang diperlukan secara umum	29% (5/17)	5% (1/20)
↓	Mahasiswa dapat menyatakan kondisi normalitas seperti $gH = Hg$, dengan kemampuan untuk mengganti dengan elemen- elemen g yang berbeda.	35% (6/17)	5% (1/20)
↓	Mahasiswa dapat menyatakan suatu kondisi, seperti $ag = ga$ atau $gH = Hg$. Dalam kasus sebelumnya, mahasiswa mungkin masih bingung dengan sifat komutatif dari suatu subgrup Normal. Akhirnya mahasiswa dapat menyatakan g sebagai suatu elemen tertentu pada G	12% (2/17)	15% (3/20)
↓	Mahasiswa memikirkan Normalitas sebagai suatu Action yang bekerja pada suatu grup, tetapi konsep Action yang lemah	24% (4/17)	35% (7/20)
<i>Tingkat rendah</i>	Mahasiswa menunjukkan sedikit atau ketidak mengertian pada konsep	0% (0/17)	40% (8/20)

4. Perkembangan Tingkat Kognitif pada Penelitian (1)

Peneliti mengklasifikan pemahaman mahasiswa tentang konsep permutasi dan simetri berkaitan dengan operasi yang dilakukannya pada tingkat *Action*, *Process*, dan *Object*. Data ini tidak disajikan sebagai data perbandingan.

Tingkat Kognitif untuk Materi Permutasi dan Simetri	
Tingkat APOS	EKS
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Object	42% (10/24)
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Process	38% (9/24)
Mahasiswa melakukan operasi pada tingkat Action	20% (5/24)

PENUTUP

Secara umum diperoleh hasil;

- Data perbandingan pada mata kuliah Struktur Aljabar menunjukkan hasil yang konsisten pada kelompok eksperimen. Khususnya untuk setiap

katagori, mahasiswa yang berasal dari kelompok eksperimen mencapai hasil yang lebih tinggi daripada mahasiswa pada kelompok tradisional.

- Berkaitan dengan data non-perbandingan, mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan Teori APOS dan Siklus ACE, data yang dihasilkan saling melengkapi dengan data yang dihasilkan pada analisis perbandingan. Berdasarkan pengalaman pada waktu mengajar, dipercaya bahwa hasil yang diperoleh lebih tinggi daripada hasil yang diperoleh mahasiswa yang pembelajarannya dengan cara tradisional. Karena 72% mahasiswa secara rata-rata, setiap individu menjawab tes individual dan wawancara secara tepat. Pada ujian kelompok semua menjawab secara sempurna 5 pertanyaan dari 7 pertanyaan yang ada. Untuk beberapa materi sisa, kelompok yang kehilangan beberapa nilai menjawab hampir dekat kepada jawaban yang benar, selanjutnya secara keseluruhan rata-rata nilai kelompok adalah 89%.
- Berkaitan dengan perkembangan kognitif.
Paling tidak 42% mahasiswa pada kelompok eksperimen mencapai tingkat kognitif *Object* untuk satu atau beberapa konsep.

Ditambahkan bahwa pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan ketertarikan dan semangat mahasiswa pada matematika, yang merupakan hal yang potensial dimana hal ini akan memberikan keuntungan yang baik dalam segi akademik. Disamping itu mahasiswa cenderung memberikan perhatian yang khusus pada pembelajarannya.

Karena pembelajaran dengan teori APOS dapat menganalisa tingkat pemahaman mahasiswa pada suatu konsep, maka teori ini dapat dijadikan alat untuk menjelaskan dan untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa terhadap matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Asiala, M. et.al (1997). *Student Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups*. Journal of Mathematical Behavior. 16(3). 241-309.
- Asiala, M. et. al (1998). *The Development of Students' Understanding of Permutation and Symmetries*. International Journal of Mathematical Learning. 3, 13-43.
- Brown, A. et.al (1997). *Learning Binary Operations, Groups, and Subgroups*. Journal of Mathematical Behavior. 16(3), 247-285.