

BEBERAPA HASIL PENELITIAN YANG BERKAITAN DENGAN TEORI APOS

Elah Nurlaelah

*Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA
Universitas Pendidikan Indonesia*

ABSTRAK

Teori APOS adalah suatu teori yang merupakan perluasan dari teori Piaget pada bagian reflektif abstraksi yang diterapkan pada kurikulum matematika Perguruan Tinggi. Kerangka Penelitian berdasarkan Teori APOS telah dikembangkan sebagai suatu mekanisme yang dapat digunakan untuk memeriksa dan menjelaskan berfikir matematika tingkat tinggi mahasiswa. Artikel ini mengupas empat penelitian-penelitian yang dilakukan oleh RUMEC (*Research in Undergraduate Mathematics Education Community*) tentang penggunaan Teori APOS dalam pembelajaran Kalkulus. Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat beberapa faktor potensial yang mempengaruhi reliabilitas data yang disajikan pada penelitian yaitu triangulasi yang kurang, ukuran sampel yang sedikit apabila data diolah secara kuantitatif, randomisasi yang kurang acak ketika pemilihan sampel mahasiswa, kurang objektif dalam melaksanakan wawancara, pengontrolan yang kurang antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol, memunculkan bias ketika melakukan wawancara untuk kelompok eksperimen.

Kata kunci: teori APOS, pembelajaran kalkulus

PENDAHULUAN

Sudah beberapa tahun yang lalu komunitas peneliti yang tergabung dalam RUMEC (*Research in Undergraduate Mathematics Education Community*) telah menerapkan kerangka penelitian tertentu untuk mempelajari cara belajar mahasiswa pada beberapa bidang studi yang berada pada kurikulum perguruan tinggi. Yang termasuk dalam kerangka penelitian adalah pengembangan dan implementasi perlakuan instruksional yang didasarkan pada teori APOS, yaitu suatu teori yang merupakan perluasan dari teori Piaget pada bagian reflektif abstraksi yang diterapkan pada kurikulum matematika Perguruan Tinggi. Fokus utama dari kerja RUMEC yaitu bagaimana mengembangkan pemahaman siswa terhadap konsep-konsep matematika, khususnya pada mata kuliah kalkulus.

KERANGKA KERJA PENELITIAN

Kerangka Penelitian berdasarkan Teori APOS telah dikembangkan sebagai suatu mekanisme yang dapat digunakan untuk memeriksa dan menjelaskan berfikir matematika tingkat tinggi mahasiswa. Teori yang dibangun didasarkan pada hipotesis bahwa pengetahuan matematika setiap individu meliputi kecenderungan seseorang untuk berhadapan dengan situasi matematika untuk mengkonstruksi *action, proses, dan object* yang selanjutnya diorganisasikan menjadi suatu *schema*, proses berfikir itu selanjutnya disingkat menjadi APOS.

HASIL DAN INSTRUMEN UNTUK MATA KULIAH KALKULUS

Kelompok RUMEC telah melakukan 4 penelitian yang memeriksa beberapa aspek dari penampilan mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus. Yaitu pertama "*The Development of Students, Graphical understanding of the Derivative*" yang dilakukan oleh Asiala, M. et al. (1997) pada penelitian ini para peneliti mengeksplorasi pemahaman mahasiswa terhadap grafik suatu fungsi dan turunannya. Kedua "*The Schema Triad-A Calculus Example*", penelitian ini dilakukan oleh Baker, B. et al pada penelitian ini peneliti mempelajari kebiasaan siswa untuk mengkonstruksi grafik suatu fungsi apabila hanya diberikan kondisi-kondisi yang meliputi kekontinuan, turunannya, dan asimtotnya. Ketiga "*Constructing Schema: The Case of The Chain Rule*", penelitian ini dilakukan oleh J. Clark, et al. (1997), pada penelitian ini peneliti memeriksa sifat dan pengembangan konsep mahasiswa untuk materi Aturan Rantai. Dan keempat "*Understanding Sequence: A Tale of Two Objects*", penelitian ini dilakukan oleh M. McDonald, et al (1998.), pada penelitian ini peneliti memeriksa konstruksi mental mahasiswa yang mungkin terbentuk yang berkaitan dengan konsep Barisan.

Data dari setiap penelitian membandingkan penampilan pemahaman matematika mahasiswa selama perkuliahan, paling tidak pada aspek-aspek kalkulus, konsep-konsepnya, komputer dan pembelajaran berkelompok (Calculus, Concepts,, Computers, and Cooperative Learning disingkat C⁴L). Penelitian-penelitian ini membandingkan tingkat pemahaman mahasiswa yang diperoleh antara mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan Teori APOS dengan mahasiswa yang pembelajarannya berdasarkan cara tradisional atau metode konvensional. Kedua kelompok ini menggunakan kurikulum yang sama, sehingga perbedaannya hanya dalam metode pembelajarannya saja.

Empat puluh satu orang yang terlibat dalam penelitian kesatu, kedua dan ketiga terbagi menjadi 21 orang mahasiswa mengikuti pembelajaran dengan metode C⁴L, 20 orang dengan pembelajaran konvensional. Sedangkan untuk penelitian keempat subyek penelitian terdiri dari 21 orang yang terbagi menjadi 15 dengan pembelajaran menggunakan C⁴L dan 6 orang menggunakan pembelajaran

konvensional. Pemilihan sampel dilakukan secara informal, meskipun demikian diusahakan untuk memenuhi karakteristik randomisasi, sehingga nilai IPK yang menjadi kelompok eksperimen dan kelompok kontrol hampir sama.

Pengambilan data pada penelitian-penelitian ini dilakukan dengan wawancara yang menggunakan *tape recorder*, wawancara yang dilaksanakan beberapa kali selama satu semester dan setelah mahasiswa menyelesaikan pengambilan mata kuliah tersebut. Dalam setiap wawancara mahasiswa diminta untuk mendiskusikan dan menerangkan hasil yang dikerjakannya pada waktu ujian.

ANALISIS INSTRUMEN DAN HASIL PENELITIAN KESATU DAN KEDUA

1. Instrumen.

Dua soal yang disajikan di bawah ini, adalah sebagian soal yang digunakan pada penelitian kesatu dan kedua. Soal pertama digunakan pada penelitian kesatu dan yang kedua digunakan pada penelitian kedua.

- ❖ Misalkan garis L adalah grafik tangen dari fungsi f di titik $(5,4)$ seperti yang ditunjukkan pada gambar. Tentukan $f(5)$ dan $f'(5)$. Jelaskan bagaimana anda memperoleh jawabanmu.
- ❖ Gambar suatu grafik dari fungsi h yang memenuhi kondisi-kondisi berikut;

$$h \text{ kontinu, } h(0) = 2, h'(-2) = h'(3) = 0 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 0} h'(x) = \infty,$$

$$h'(x) > 0 \text{ jika } -4 < x < -2, \text{ dan jika } -2 < x < 3,$$

$$h'(x) < 0 \text{ jika } x < -4, \text{ jika } -4 < x < -2 \text{ dan jika } 0 < x < 5.$$

$$h''(x) > 0 \text{ jika } -2 < x < 0 \text{ dan jika } x > 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \infty \text{ dan } \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -2$$

2. Pembahasan Hasil Penelitian ke-satu dan ke-dua.

Respon mahasiswa pada wawancara diarahkan dan didasarkan pada tiga kriteria, yaitu;

- a. Pemahaman umum tentang fungsi dan notasinya.
- a. Pemahaman grafik dari suatu fungsi, dan
- b. Pemahaman grafik dari turunan suatu fungsi.

Sifat dari wawancara tidak menyajikan data secara numerik untuk tugas-tugas matematika tertentu, oleh karena itu pewawancara menggunakan transkrip wawancara. Untuk merumuskan perkiraan-perkiraan yang berkaitan dengan tingkat

pemahaman mahasiswa, berikut adalah katagori–katagori pemahaman umum 1) pewawancara menilai apakah mahasiswa menunjukkan paling tidak suatu konsep fungsi dan apakah mereka mengerti notasi dasar dan komponen-komponen grafik untuk mengevaluasi fungsi. Untuk dua katagori tentang grafik (ii) dan (iii), pewawancara mengembangkan indikator dari penampilan mahasiswa. Untuk setiap indikator, setiap jawaban/penampilan mahasiswa dinilai dalam skala 1 – 3. Data perbandingan antara kelompok eksperimen (EKS) dan kelompok Tradisional (TRAD) disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan antara kelompok eksperimen (EKS) dan kelompok Tradisional (TRAD)

| Pemahaman secara umum tentang fungsi dan notasinya (kriteria i) | | |
|--|------------|-------------|
| Indikator Item | EKS | TRAD |
| Mahasiswa menyajikan fakta-fakta tentang konsep fungsi, dalam memahami notasi $f(x)$ dan keterampilan mengerjakan grafik suatu fungsi yang berkaitan dengan ekspresi Aljabar. | 100% | 67% |
| Diberikan suatu titik $(a, f(a))$, mahasiswa memahami bahwa $f'(a)$ menghasilkan kemiringan dari tangen pada $x = a$. Berkaitan dengan ekspresi aljabar, mahasiswa dapat memikirkan dan menentukan nilai turunan jika disajikan hanya informasi secara grafik. | 76% | 50% |
| Skala Nilai untuk Pemahaman Secara Grafik (kriteria (ii) dan (iii) | | |
| Sistem skala nilai untuk indikator pemahaman secara grafik. 3 - Mahasiswa memahami secara lengkap/ sempurna 2 - Mahasiswa memahami ide dasar, tetapi membuat beberapa kesalahan. 1 - Mahasiswa tidak memahami konsep | | |
| Pemahaman Secara Grafik untuk Suatu Fungsi Kriteria (ii) | EKS | TRAD |
| Mahasiswa menunjukkan pemahaman terhadap notasi $y = f(x)$ sebagaimana disajikan pada gambar. | | |
| Skala 3 | 94% | 54% |
| Skala 2 | 6% | 17% |
| Skala 1 | 0% | 29% |
| Mahasiswa menunjukkan pemahaman terhadap notasi fungsi secara umum | | |
| Skala 3 | 100% | 71% |
| Skala 2 | 0% | 0% |
| Skala 1 | 0% | 29% |

| Pemahaman secara umum tentang fungsi dan notasinya (kriteria i) | | |
|--|------------|-------------|
| Indikator Item | EKS | TRAD |
| Mahasiswa berhasil menggambar grafik suatu fungsi jika diberikan informasi tertentu seperti beberapa nilai fungsi dan turunannya. | | |
| Skala 3 | 65% | 29% |
| Skala 2 | 29% | 38% |
| Skala 1 | 6% | 33% |
| Indikator Keberhasilan: Mahasiswa yang mencapai keseluruhan indikator pada skala 3 | 53% | 25% |
| Indikator Ketidakberhasilan: Mahasiswa yang mencapai indikator pada skala 3 atau lebih dari skala 1 | 0% | 21% |
| Pemahaman Secara Grafik dari Turunan Suatu Fungsi (kriteria iii) | | |
| Mahasiswa memahami bahwa nilai $f'(x)$ adalah kemiringan dari suatu grafik pada titik $(x, f(x))$. | | |
| Skala 3 | 71% | 46% |
| Skala 2 | 18% | 13% |
| Skala 1 | 12% | 42% |
| Mahasiswa dapat menghubungkan antara turunan suatu fungsi hanya didasarkan pada informasi secara grafik dan tanpa membuat ekspresi yang eksplisit sebagaimana yang didefinisikan untuk suatu fungsi. | | |
| Skala 3 | 71% | 50% |
| Skala 2 | 29% | 0% |
| Skala 1 | 0% | 50% |
| Mahasiswa dapat memahami, bahwa suatu nilai turunan akan mendekati tak hingga, jika kemiringan grafik suatu fungsi membesar tanpa batas, akibatnya menghasilkan suatu asimtot yang vertikal. | | |
| Skala 3 | 82% | 63% |
| Skala 2 | 0% | 4% |
| Skala 1 | 18% | 33% |
| Mahasiswa memahami bagaimana menggunakan turunan untuk menentukan interval kemonotonan dari suatu fungsi. | | |
| Skala 3 | 100% | 71% |
| Skala 2 | 0% | 0% |
| Skala 1 | 0% | 29% |
| Indikator Keberhasilan: Mahasiswa yang mencapai skala 3 untuk semua indikator | 53% | 38% |
| Indikator Ketidakberhasilan: Mahasiswa yang mencapai skala 3 atau lebih skala 1 | 0% | 29% |
| Rata-Rata Skala untuk Setiap Katagori Indikator (ii) dan (iii) | 2.80 | 2.26 |

PEMBAHASAN HASIL PENELITIAN KETIGA

Teori APOS digabungkan dengan konsep mekanisma TRIAD digunakan untuk menjelaskan terbentuknya *schema* pada penelitian ketiga. Pembentukan konsep *schema* terdiri dari langkah-langkah *intra*, *inter*, dan *trans*. Dalam penelitian ini peneliti menggunakan tingkatan ini dalam mempelajari kecakapan mahasiswa dalam mengkonstruksi grafik suatu fungsi jika diberikan informasi tentang kekontinuan, turunan, dan asymtot suatu fungsi atas subinterval tertentu. Pada penelitian ini peneliti menginterpretasi kemampuan mahasiswa untuk melengkapi grafik suatu fungsi dengan mengkreasi mekasnime triad-ganda. Berikut penjelasan dari Perluasan Teori APOS dengan melihat mekanisme double triad, disertai data perbandingan yang disajikan pada tabel di bawah ini;

- *Intra Property, intra-interval level*: mahasiswa dapat menghasilkan suatu action yang terpisah pada sifat-sifat fungsi yang diberikan. *Action* dihasilkan dari sifat tunggal dengan interval tunggal pada suatu fungsi. Tidak terdapat koordinasi antara interval dengan kondisi beragam pada suatu interval tunggal.
- *Intra Property, inter-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasi dua atau lebih, segmen-segmen yang berdekatan dari suatu grafik dengan menggunakan satu sifat.
- *Intra-Property, trans-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasi satu sifat secara konsisten pada suatu domain. Mahasiswa dapat menggambar suatu bentuk grafik yang konsisten dengan sifat yang digunakan.
- *Inter-Property, intra-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasi beberapa, tapi tidak semua, dari sifat-sifat pada satu atau lebih interval yang saling lepas. Mahasiswa tidak dapat menghubungkan interval-interval yang bersebelahan dalam suatu domain.
- *Inter-Property, inter-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasikan beberapa, tapi tidak semua sifat-sifat pada dua atau lebih, tapi tidak semua interval-interval yang berdekatan dalam suatu domain.
- *Inter-Property, trans-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasikan paling tidak dua, tapi tidak semua, sifat-sifat pada suatu domain. Penggambaran grafik secara konsisten dengan mencerminkan sifat-sifat telah digunakan.
- *Trans-Propert, intra- interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasikan semua sifat-sifat pada interval yang terisolasi. Tidak ada hubungan antara segemn-segmen yang berdekatan dario suatu grafik dipenuhi.
- *Trans-Property, inter-interval level*: Mahasiswa dapat mengkoordinasikan beberapa sifat melalui segmen-segmen yang bersebelahan pada suatu domain.

- *Trans-Property, trans-interval level*: Mahasiswa secara konsisten dapat mengkoordinasi semua sifat melalui seluruh domain suatu grafik.

Tabel berikut menunjukkan analisis dari mahasiswa yang berada pada kelompok eksperimen dan kelompok tradisional berkaitan dengan tugas menggambar grafik. Setiap kotak menunjukkan/menggambarkan jumlah mahasiswa kelompok tradisional dan kelompok eksperimen untuk setiap katagori double-triad. Koordinasi interval dinotasikan dengan interval dan disajikan pada masing-masing kolom. Sifat-sifat grafik dari suatu fungsi disajikan pada masing-masing baris.

| Tingkat Perkembangan Kognitif | | | |
|-------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Level | Intra (Interval) | Inter(Interval) | Trans(Interval) |
| Intra (Properties) | Exp : 18% (3/17) | Exp : 12% (2/17) | Exp : 0% (0/17) |
| | Trad : 13% (3/24) | Trad : 21% (5/24) | Trad : 13% (3/24) |
| Inter (Properties) | Exp : 0% (0/17) | Exp : 12% (2/17) | Exp : 18% (3/17) |
| | Trad : 8% (2/24) | Trad : 85(2/24) | Trad : 17% (4/24) |
| Trans (Properties) | Exp : 0% (0/17) | Exp : 12% (2/17) | Exp : 29% (5/17) |
| | Trad : 0% (0/24) | Trad : 8% (2/24) | Trad : 13% (3/24) |

PEMBAHASANA HASIL PENELITIAN KEDUA

Mahasiswa diberi 4 macam tugas berbeda yang menuntut penggunaan aturan rantai. Pertanyaan-pertanyaan yang diajukan sebagai berikut;

Q#1: Diferensialkan polinomial berikut: $f(x) = (1 - 4x^3)^2$.

Q#2: Diferensialkan suatu integral dengan titik ujung sebagai berikut:

$$f(x) = \int_0^{\sin x} e^{t^2} dt.$$

Q#3: Diferensial implisit: Misalkan A suatu bilangan real. Diberikan relasi sebagai berikut, $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = A$. Tentukan turunannya !

Q#4: Berkaitan dengan kecepatan: Suatu tangga dengan tinggi A bersandar ke dinding tetapi tangga tersebut melorot ke bawah dengan kecepatan 4 ft/det. Tentukan rumus kecepatan ujung tangga paling atas yang jatuh ke bawah dari dinding.

Pemeriksaan terhadap respon mahasiswa dikategorikan dalam kriteria-kriteria berikut,

S = Berhasil (Kesalahan hanya disebabkan perhitungan non kalkulus)

C = Mendekati benar (caranya benar/turunannya salah)

P = Membutuhkan sedikit desakan dari pewawancara.

U= Dapat menjawab pertanyaan hanya jika mendapat desakan dari pewawancara.

| Data Perbandingan pada Penelitian Kedua | | | | | | | |
|---|---|-----|------|------|---|-----|------|
| ITEM | | EXP | TRAD | ITEM | | EXP | TRAD |
| Q#1 | S | 82% | 71% | Q#3 | S | 47% | 33% |
| | C | 18% | 21% | | C | 12% | 21% |
| | P | 0% | 0% | | P | 12% | 21% |
| | U | 0% | 8% | | U | 18% | 33% |
| Q#2 | S | 18% | 0% | Q#4 | S | 29% | 38% |
| | C | 0% | 0% | | C | 6% | 4% |
| | P | 41% | 13% | | P | 35% | 25% |
| | U | 41% | 87% | | U | 29% | 33% |

| RATA-RATA UNTUK SETIAP PERTANYAAN | | | |
|-----------------------------------|-----|------|--|
| Indikator | EXP | TRAD | Indikator Keberhasilan |
| S | 44% | 36% | Indikator Pencapaian yang Berhasil |
| C | 9% | 12% | |
| P | 25% | 13% | |
| U | 22% | 40% | Indikator yang meunjukkan tidak berhasil |

PEMBAHASAN HASIL PENELITIAN KEEMPAT

1. Instrumen

Terdapat 14 pertanyaan wawancara yang berkaitan dengan materi barisan dan deret. Pertanyaan-pertanyaan itu menuntut siswa untuk menjawab hal-hal berikut;

- Mendefinisikan, membandingkan, mengkontraskan, dan memberikan contoh-contoh dari barisan dan deret.
- Mendiskusikan barisan $a_n = 1 + (-1)^n$
- Mendiskusikan suatu barisan dimana setiap sukunya merupakan rata-rata dari dua suku sebelumnya.
- Menjelaskan perbedaan antara barisan dan fungsi.
- Mendefinisikan dan memberi contoh-contoh dari barisan yang dan yang tidak monoton, terbatas, atau konvergen.
- Menggambar diagram Venn berkaitan dengan barisan yang, atau tidak monoton naik, terbatas di atas, atau konvergen.
- Menghitung $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{1 + 5n^2}$ dan selanjutnya mendiskusikan bahwa niali limit itu sama dengan $2/5$.
- Mendiskusikan kelakuan dari barisan bilangan seperti $\{0.9, 0.99, 0.999, \dots\}$ atau $\{2.7, 2.71, 2.718, 2.7182, 2.17821, \dots\}$

2. Data dan Hasil Analisis

Analisis teoritik yang digunakan meliputi koordinasi antara dua objek yaitu: SEQLIST yaitu *encapsulation* dari proses bilangan-bilangan yang diperoleh dan ditampilkan dalam suatu bentuk hasil, dan SECFUNC, yaitu kemampuan untuk melihat bahwa suatu barisan adalah suatu fungsi dengan domain bilangan bulat positif. Pemahaman siswa dianalisa berdasarkan apakah dia mencapai tingkat *Process* atau Tingkat *Object* dari SECLIST dan SEQFUNC, sebagaimana perkembangan tingkat *Schema* -nya.

Perkembangan *Schema Intra Stage* untuk konsep barisan: Meskipun terdapat suatu hubungan matematika yang alami antara SEQLIST dan SEQFUNC, karena SEQLIST adalah hasil dari *Process* SEQFUNC, mahasiswa memperlakukan konstruksi SEQLIST (*Object*) dan SEQFUNC (*Process dan Object*) sebagai dua hal yang berbeda dan tidak berkaitan meskipun bisa menggunakan kedua konstruksi tersebut dalam menyelesaikan persoalan matematika tertentu.

Perkembangan *Schema Inter Stage*; Mahasiswa dalam *inter stage* bisa mendemontarasikan keberadaan hubungan antara SEQLIST dan SEQFUNC dengan membangun suatu daftar dari nilai-nilai fungsi dan dapat menuliskannya kembali dalam bentuk aljabar setelah memeriksa nilai-nilai dari daftar yang dibuat. Operasi mahasiswa pada tingkat perkembangan ini secara istimewa menggunakan SEQLIST dan SEQFUNC tergantung pada konteks atau persoalan yang ada. Bertolak belakang dengan mahasiswa pada *intra stage*, mahasiswa pada *inter stage* secara simultan dapat mengkonstruksi dua konstruksi itu sekaligus, meskipun tidak dapat melihat hubungan ekivalensinya.

Perkembangan *Schema Trans Stage* : Mahasiswa pada tingkat *trans stage* dari perkembangan *schema* telah mengkonstruksi SEQLIST dan SEQFUNC sebagai *object* kognitif. Ditambahkan bahwa mereka telah mengkonstruksi hubungan secara kuat dan banyak antara SEQLIST dan SEQFUNC secara bermakna.

| Tingkat Perkembangan Kognitif | | |
|---|------|------|
| Tingkat APOS | EXP | TRAD |
| Mahasiswa mendemonstrasikan konsep Object dari SEQLIST | 100% | 100% |
| Mahasiswa mendemonstrasikan konsep Object dari SEQFUNC | 67% | 33% |
| Tingkat-Tingkat Perkembangan Schema Mahasiswa berada pada Trans Stage | 40% | 17% |
| Mahasiswa berada pada Inter Stage | 53% | 67% |
| Mahasiswa berada pada transisi antara Inter dan Trans Stage | 7% | 17% |

PENUTUP

Beberapa faktor potensial yang mempengaruhi reliabilitas data yang disajikan pada penelitian adalah: triangulasi yang kurang, ukuran sampel yang sedikit apabila data diolah secara kuantitatif, randomisasi yang kurang acak ketika pemilihan sampel mahasiswa, kurang objektif dalam melaksanakan wawancara, pengontrolan yang kurang antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol, memunculkan bias ketika melakukan wawancara untuk kelompok eksperimen. Meskipun demikian data yang diperoleh perbedaannya mencolok, penelitian yang dilakukan konsisten, dan dasar yang luas dalam arti disertakannya penelitian pada kelompok. Akibatnya secara umum diperoleh hasil;

- Perbandingan data pada kalkulus menunjukkan hasil yang konsisten pada kelompok eksperimen. Khususnya untuk setiap katagori, mahasiswa yang berasal dari kelompok eksperimen mencapai hasil yang lebih tinggi daripada mahasiswa pada kelompok tradisional.
- Berkaitan dengan data non-perbandingan, mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan Teori APOS dan Siklus ACE, data yang dihasilkan saling melengkapi dengan data yang dihasilkan pada analisis perbandingan. Berdasarkan pengalaman pada waktu mengajar, bahwa hasil yang diperoleh lebih tinggi daripada hasil yang diperoleh mahasiswa yang pembelajarannya dengan cara tradisional. Berkaitan dengan konsep fungsi 8 dari 11 pertanyaan yang disajikan dapat dijawab dengan tepat oleh 70% mahasiswa. Secara rata-rata 66% menjawab secara benar.
- Berkaitan dengan perkembangan kognitif: Respon mahasiswa untuk materi sifat-sifat fungsi dan kelakuan fungsi pada subintervals sebagai domainnya, 29% mahasiswa pada kelompok eksperimen dan 13% pada kelompok tradisional mencapai level perkembangan scema trans (interval) dan trans (sifat-sifat). Selanjutnya mahasiswa pada kelompok eksperimen menunjukkan penguasaan konsep yang lebih matang daripada mahasiswa pada kelompok tradisional. 67% mahasiswa dari kelompok eksperimen dan 33% mahasiswa dari kelompok tradisional menunjukkan penguasaan konsep SEQFUNC, dan 40% mahassiswa kelompok eksperimen dan 17% mahasiswa dari kelompok tradisional dapat diklasifikan mencapai perkembangan sechema tingkat trans.

DAFTAR PUSTAKA

- Asiala, M. et. al (1997). *The Development of Students, Graphical understanding of the Derivative*. Journal of Mathematical Brhavior. 16 (4). 399-431.
- Baker, B. et.al (199.). *The Schema Triad- A Calculus Example*.
- Clark, J. et al. (1997). *Constructing Schema: The Case of The Chain Rule*. Journal of Mathematics Behavior 16(4). 345-364.
- M. McDonald, et al (199.). *Understanding Sequence: A Tale of Two Objects*.