

ANALISIS KESALAHAN DAN MISKONSEPSI SISWA KELAS VIII PADA MATERI ALJABAR

Rezky Agung Herutomo
rezkyagungherutomo@gmail.com
Universitas Negeri Semarang

Tri Edi Mulyono Saputro
trimes3000@yahoo.co.id
SMP Negeri 33 Semarang

ABSTRAK

Permasalahan yang terjadi di SMP Negeri 33 Semarang yaitu kurangnya pemahaman prosedural dan konseptual siswa dalam materi aljabar dan banyak siswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal terkait materi aljabar. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan dan miskonsepsi siswa pada materi aljabar. Penelitian ini menggunakan desain penelitian kualitatif. Tes materi aljabar yang disusun meliputi konsep variabel, bentuk aljabar, dan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV). Hasil penelitian menunjukkan adanya sejumlah kesalahan dari tiap bidang materi aljabar tersebut. Kesalahan siswa dalam konsep variabel di antaranya adalah: kesalahan memahami huruf sebagai label, kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya dan sebagai generalisasi bilangan, konjoning operasi penjumlahan dan perkalian, misinterpretasi terkait makna total, dan kesalahan dalam membentuk persamaan. Kesalahan siswa terkait bentuk aljabar diantaranya: miskanselasi, konjoning operasi penjumlahan dan perkalian, kurang memahami sifat distributif, dan kurang memahami operasi pecahan.

Kata kunci: kesalahan, miskonsepsi, variabel, bentuk aljabar, sistem persamaan linear dua variabel

ABSTRACT

Problems that happened in Junior High School of 33 Semarang are lack of students' understanding prosedural and conceptual in algebra and still make errors in solving algebra problem. This study view to analyzed Junior High School of 33 Semarang students' errors and misconceptions in algebra. The study used qualitative method research design. An algebra test contained questions from three main areas of algebra: variables, algebraic expressions, and systems of linear equations two variables. The results indicated a number of error categories under each area. Some errors emanated from misconceptions. Errors type was observed under variables are letters as labels, lack of understanding of variables as specified unknown, lack of understanding of variables as generalized numbers, conjoining addition and multiplication, misinterpreting unitary concept, and forming incorrect equations. Errors type was observed under algebraic expressions are miscancellasi, conjoining addition and multiplication, lack of understanding of distributive property, dan lack of understanding of operations in fraction.

Keywords: errors, misconceptions, variables, algebraic expressions, and systems of linear equations two variables

Pendahuluan

Problematika pada materi aljabar yang terjadi di SMP Negeri 33 Semarang di antaranya siswa masih banyak melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal operasi bentuk aljabar, sebagai contoh pada bentuk $2x + 3y$ siswa memahaminya sebagai $\frac{2}{xy} + \frac{2x}{y}$, pada penyederhanaan bentuk $5xy$, siswa menyederhanakannya menjadi $\frac{4x}{xy}$.

Siswa juga terjebak pada makna “pencoretan” (kanselasi) penyebut dan pembilang yang habis terbagi, seperti $\frac{a^2+a}{a}$ yang bentuk sederhananya dianggap sebagai a^2 . Hal-hal tersebut mengindikasikan bahwa siswa tidak menggunakan pengetahuannya pada operasi bilangan bulat dan pecahan dalam bekerja pada materi aljabar. Siswa juga masih kesulitan dan banyak melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal cerita dalam materi aljabar. Kesulitan paling mendasar yang dialami siswa yaitu menerjemahkan masalah dalam soal cerita ke dalam bentuk matematika, seperti: apa yang diketahui, apa yang harus dimisalkan dalam variabel, operasi apa yang digunakan dalam permasalahan dan proses penyelesaian. Sehingga, jelaslah jika bentuk matematikanya salah, maka proses penyelesaian selanjutnya juga akan salah.

Nasser & Carifio (1993) menyatakan bahwa selama bertahun-tahun kesalahan dalam matematika, khususnya dalam aljabar dianggap sebagai bentuk kesalahan prosedural atau komputasional. Dalam dekade terakhir ini, fokus perhatian bukan hanya pada kesalahan prosedural saja tetapi lebih ke arah kesalahan konseptual dan miskonsepsi. Penjelasan tersebut menunjukkan bahwa ternyata masalah miskonsepsi banyak mendapat perhatian dalam dunia pendidikan matematika sejak masa lampau.

Kesalahan konseptual dan prosedural siswa pada materi aljabar akan mengakibatkan kendala bagi proses belajar siswa.

Penelusuran terhadap kesalahan merupakan salah satu usaha yang dapat dilakukan guru untuk mengatasi hal tersebut. Hal tersebut didukung oleh pernyataan Booth (1988) yaitu “salah satu cara untuk mencari tahu kesulitan siswa dalam materi aljabar adalah dengan mengidentifikasi kesalahan siswa dan menyelidiki alasan dibalik terjadinya kesalahan tersebut”. Demikian pula dalam penelitian ini, kesalahan-kesalahan siswa akan ditelusuri lebih lanjut dengan menanyakan secara mendalam tentang proses berpikir dan alasan siswa dalam menyelesaikan soal-soal aljabar yang diberikan, sehingga diperoleh informasi mengenai miskonsepsi yang mendasari kesalahan.

Penting bagi guru untuk memiliki pengetahuan tentang kesalahan dan miskonsepsi siswa pada materi aljabar, sehingga guru lebih fokus dalam proses pembelajaran dengan menggunakan model, metode, strategi, atau pendekatan yang tepat. Hal tersebut senada dengan Zevenbergen, Dole, Wright (2004) yang menjelaskan bahwa mengajar yang baik melibatkan pengetahuan guru tentang pemikiran siswa terkait konsep matematika dan mengetahui cara mengarahkan siswa ke arah konstruksi yang lebih kompleks, lengkap, dan kuat dengan menggunakan kegiatan, kebiasaan, dan lingkungan belajar yang terorganisir.

Leinhardt, Zaslavsky, Stein (1990) mendefinisikan miskonsepsi sebagai pemahaman yang salah dalam pengetahuan siswa yang terjadi secara berulang dan eksplisit. Miskonsepsi siswa dalam pembelajaran matematika karena kurangnya pemahaman konsep matematika. Miskonsepsi tersebut menimbulkan keprihatinan karena mengarah pada pembentukan konsep dan generalisasi yang salah sehingga menghambat pembelajaran matematika. Miskonsepsi berbeda dari kesalahan. Olivier (1989) menyatakan bahwa kesalahan adalah jawaban yang salah karena perencanaan yang tidak tepat dan tidak sistematis yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan matematika,

sedangkan miskonsepsi adalah gejala struktur kognitif yang menyebabkan kesalahan.

Gagasan miskonsepsi merujuk pada garis pemikiran yang menyebabkan serangkaian kesalahan yang dihasilkan dari kesalahan premis yang mendasari suatu konsep atau proses tertentu, bukan kesalahan sporadis yang tidak sistematis (Nesher, 1987). Oleh karena itu, sumber kesalahan dalam matematika adalah miskonsepsi, meskipun ada sumber lain yang menyebabkan terjadinya kesalahan seperti kecerobohan atau penggunaan bahasa yang menyesatkan. Adanya miskonsepsi pengetahuan sebelumnya akan menghambat proses akuisisi pengetahuan baru dan akan menyebabkan siswa terus membuat kesalahan selama belajar materi aljabar dan materi terkait lainnya.

Banyak peneliti terdahulu yang mengkaji miskonsepsi siswa pada materi aljabar. Hasil penelusuran dari berbagai literatur dan publikasi penelitian tentang miskonsepsi siswa pada materi aljabar menunjukkan bahwa penelitian-penelitian tersebut masing-masing secara terpisah fokus pada konsepsi variabel, persamaan, pertidaksamaan, atau masalah verbal (soal cerita) dalam aljabar. Para peneliti berupaya untuk mengidentifikasi miskonsepsi berdasarkan salah satu konsep pada materi aljabar dan memberikan penjelasan secara spesifik penyebab miskonsepsi melalui proses penalaran siswa. Namun, masih relatif sedikit penelitian yang dilakukan untuk menganalisis miskonsepsi dan kemampuan siswa yang didasarkan pada gabungan konsep-konsep dalam materi aljabar di tingkat sekolah.

Oleh karena itu, berdasarkan fenomena dan penjelasan di atas penting untuk dilakukan penelitian tentang analisis kesalahan dan miskonsepsi siswa kelas VIII pada Materi Aljabar, sehingga diperoleh pandangan global tentang miskonsepsi dan kemampuan siswa pada materi aljabar yang sifatnya tidak secara terpisah berdasarkan satu konsep saja. Sejalan dengan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis:

1. kesalahan siswa dalam menyelesaikan persoalan aljabar;
2. miskonsepsi siswa pada materi aljabar.

Metode

1. Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif yang akan menganalisis miskonsepsi aljabar siswa kelas VIII di SMP Negeri 33 Semarang. Alasan penggunaan pendekatan tersebut didasarkan pada definisi penelitian kualitatif yang dipaparkan oleh Moleong (2011) bahwa penelitian kualitatif adalah penelitian yang bermaksud untuk memahami fenomena yang dialami oleh subjek penelitian yang terkait perilaku, persepsi, tindakan, dan lain-lain, secara holistik dan dengan cara deskripsi kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang ilmiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah.

2. Subjek Penelitian

Penelitian ini dilakukan di kelas VIIIA dan VIIIB SMP Negeri 33 Semarang pada bulan April 2014. Jumlah siswa dari dua kelas tersebut adalah 61 orang dengan rincian tiga puluh orang siswa kelas VIIIA dan tiga puluh satu orang siswa kelas VIIIB. Setelah hasil kerja siswa dianalisis, selanjutnya dipilih tiga orang siswa untuk diwawancarai. Siswa yang akan diwawancarai adalah siswa yang melakukan kesalahan secara sistematis atau berulang, artinya kesalahan yang dilakukan identik pada beberapa item soal berdasarkan materi yang diteliti.

3. Instrumen Penelitian

1) Peneliti

Dalam penelitian ini, peneliti merupakan instrumen utama dalam proses pengumpulan data yang dapat memberikan interpretasi langsung terhadap realita yang ditemukan, khususnya dalam proses wawancara yang menuntut peran serta peneliti dalam menelusuri pemikiran siswa melalui

pertanyaan-pertanyaan spontan berdasarkan pola penjelasan dan jawaban siswa, sehingga diperoleh informasi yang lebih dalam terkait miskonsepsi siswa.

2) Tes Materi Aljabar

Instrumen tes aljabar disusun berdasarkan materi yang akan diteliti, yaitu berkaitan dengan konsep variabel, operasi bentuk aljabar, dan SPLDV. Data yang diharapkan dari pelaksanaan tes aljabar berupa hasil pekerjaan siswa pada lembar jawaban yang disertai dengan langkah-langkah penyelesaiannya. Soal tes materi aljabar tersebut antara lain sebagai berikut.

- (1) Harga sebuah pensil adalah p rupiah dan harga sebuah buku tulis adalah b rupiah. Jika Ani membeli tiga buah pensil dan lima buah buku tulis, berapa rupiahkah total harga yang harus dibayar oleh Ani?
 - (2) Fia akan membeli buah jeruk dan apel. Dia merencanakan membeli sebanyak lima belas buah. Berapa banyaknya masing-masing buah apel dan jeruk yang mungkin dibeli oleh Fia?
 - (3) Jika n anggota bilangan asli, manakah yang lebih besar antara $2n$ dan $n + 2$? Jelaskan!
- $$\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{xy}$$
- (4) Sederhanakanlah: $\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{xy}$
 - (5) Diketahui ada empat kali banyak siswa kelas VIII B dari banyak guru yang mengajar di kelas tersebut pada suatu sekolah. Jika S menyatakan banyak siswa dan G menyatakan banyak guru di sekolah tersebut, tuliskan hubungan antara S dan G dalam bentuk aljabar.
 - (6) Diketahui umur Amir lebih tua dari Budi, selisih umur Amir dan Budi saat ini adalah dua belas tahun. Empat tahun kemudian umur Amir dua kali umur Budi. Berapakah umur mereka sekarang?

3) Pedoman Wawancara

Penelitian ini menggunakan wawancara mendalam (*depth interview*). Merujuk pada Sugiyono (2011), wawancara

mendalam termasuk kategori wawancara semiterstruktur. Pelaksanaannya lebih bebas dibandingkan wawancara terstruktur. Wawancara mendalam dilaksanakan berdasarkan pada pedoman wawancara yang telah disusun, namun ragam pertanyaan yang diajukan dapat berubah, tergantung pada jawaban/penjelasan yang dikemukakan siswa. Oleh karena itu, dapat diajukan pertanyaan-pertanyaan spontan berdasarkan respon mereka sebelumnya untuk menggali informasi lebih dalam tentang miskonsepsi siswa terkait penyelesaian soal aljabar yang diberikan.

Hasil dan Pembahasan

Hasil jawaban siswa yang disajikan merupakan jawaban salah yang dikerjakan siswa, sedangkan siswa yang tidak menjawab dan menjawab benar pada tiap soal tidak termasuk dalam kategori penjelasan pada bagian hasil. Persentase bentuk kesalahan siswa tiap nomor diperoleh dari perbandingan antara banyak siswa yang melakukan bentuk kesalahan tertentu dengan banyak siswa yang mengerjakan soal tiap nomor. Data bentuk kesalahan jawaban siswa disajikan pada Tabel 1 berikut:

Konsep variabel merupakan bagian dari materi aljabar yang selama ini cukup banyak mendapat perhatian dalam penelitian terkait miskonsepsi aljabar dan melalui penelitian ini diharapkan dapat memberikan bukti tambahan terkait kesalahan dan miskonsepsi siswa dalam memahami konsep variabel. Soal-soal yang dirancang untuk mengukur pemahaman siswa terkait konsep variabel diantaranya adalah soal nomor 1, 2, 3, dan 5. Soal nomor 1 dan 5 digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan dan kemungkinan terjadinya miskonsepsi terkait konsep variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya. Sedangkan soal nomor 2 dan 3 digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan dan kemungkinan terjadinya miskonsepsi terkait konsep variabel sebagai generalisasi bilangan. Berdasarkan keempat soal tersebut

Tabel 1
Data Bentuk Kesalahan Jawaban Siswa

Bentuk Kesalahan	Jawaban Siswa (%)
Konsep Variabel	
Huruf sebagai label; kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya	<p>Soal 1: $p =$ pensil dan $b =$ buku Harga 3 pensil = $3 \times \text{Rp. } 2.000 = \text{Rp. } 6.000$ Harga 5 buku = $5 \times \text{Rp. } 3.000 = \text{Rp. } 15.000$ $3 \text{ pensil} + 5 \text{ buku} = \text{Rp. } 21.000$ (25%) Soal 5: $4S = G$ (26,7%)</p>
Konjoining operasi penjumlahan dan perkalian	Soal 1: $3p + 5b = 8pb$ (23,2%)
Kurang memahami variabel sebagai generalisasi bilangan	<p>Soal 2: misalkan apel = A dan jeruk = B, $A + B = 15$, $B = 15 - 8 = 7$ (5%); 7 apel dan 8 jeruk, 8 apel dan 7 jeruk, ..., 14 apel dan 1 jeruk (28,3%); banyak buah yang dibeli = $15 : 2 = 7,5$ (5%); $j + a = 15$, $9 + 6 = 15$, $8 + 7 = 15$ (5%). Soal 3: $n = 3$, $2n = 2 \cdot 3 = 6$ dan $n + 2 = 3 + 2 = 5 \rightarrow 2n > n + 2$ (25%); tidak tahu, sebab bisa saja $2n < n + 2$, $2n = n + 2$, dan $2n > n + 2$ (60%); sama saja, $2n = n + 2 = 4$ (10%).</p>
Misinterpretasi terkait makna total/jumlahan	Soal 1: total harga = $3p \cdot 5b$ (5%)
Kesalahan dalam membentuk persamaan	<p>Soal 2: $j + a = 15$ dan $8j + 7a = 15$ (5%); $j = 15a$ dan $a = 15j$ (13%). Soal 3: $n = \frac{n+2}{2} = \frac{n}{2} + 1$ (12,5%)</p>
Operasi Bentuk Aljabar (khusus soal nomor 4)	
Miskanselasi	<p>$(2y/3x) - (x - 1/xy)$</p> $\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{y} = \frac{2-(-1)}{3x}; \frac{2y^2 - 3x^2 + 3x}{3x^2y} = \frac{2}{3}$ (10%)
Konjoining operasi penjumlahan dan perkalian	$\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{y} = \frac{4y - 4x - 3x}{4y}$ (21,6%) $\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{y} = \frac{2y^2 - 4x - 1}{3x^2y}$ (13,3%)
Kurang memahami sifat distributif	$\frac{2y^2 - 3x^2 + 1}{3x^2y} = \frac{2y^2 - 3x + 1}{3y}$ (5%) $\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{xy} = \frac{2xy^2 - 3x - 3}{3xy}$ (5%)
Kurang memahami operasi pecahan	$\frac{2y}{3x} - \frac{x-1}{xy} = \frac{xy - x - 1}{3x - y}$ (20%)

SPLDV (khusus soal nomor 6)	
Penjelasan verbal	Umur Budi saat ini = 8 tahun dan umur Amir = 20 tahun, karena jika diselisihkan adalah 12 tahun dan jika 4 tahun yang akan datang umur Amir menjadi dua kali umur Budi, yaitu 12 dan 24 tahun (34,2%)
Menebak tanpa penjelasan/ alasan	Umur Amir = 20 tahun dan Budi = 8 tahun (22,8%)
Kesalahan representasi	$A - B = 12, A + 4 = 2 + (B + 4)$ (14,3%) ; $A - B = 12$ dan $J = 2B + 4$ (20%)
Kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya	$A > B, A - B = 12 \rightarrow 20 - 8 = 12$ Umur Amir = $20 + 4 = 24$ Umur Budi = $8 + 4 = 12$ (8,5%)

yang berkaitan dengan konsep variabel, diperoleh beberapa bentuk kesalahan yang dilakukan oleh siswa, diantaranya: huruf sebagai label dan kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya, konjoning operasi penjumlahan dan perkalian, misinterpretasi terkait makna total/jumlahan, kurang memahami variabel sebagai generalisasi bilangan, kesalahan membentuk persamaan

Pada soal pensil dan buku, 25% memisalkan harga pensil dan buku dengan suatu harga tertentu. Hal ini menunjukkan siswa kurang memahami konsep variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya. Dalam hal ini, nilai menurut Filloy, Rojano, Solares (2004) dapat berupa kuantitas (harga, panjang, umur, dan sebagainya). Ada beberapa variasi harga yang dimisalkan oleh siswa, namun hanya satu bentuk jawaban saja yang disajikan sebagai representasi dari jawaban lainnya yang identik. Hal mendasar yang melatarbelakangi kesalahan ini adalah siswa gagal melakukan representasi terkait harga sebuah pensil dan buku. Siswa menganggap p dan b bukan sebagai variabel yang menyatakan harga sebuah pensil dan buku, melainkan sebagai label, yaitu p merupakan pensil dan b merupakan buku tulis.

Berdasarkan hasil wawancara dengan salah seorang siswa yang menjawab dengan bentuk tersebut, diperoleh informasi bahwa ia hanya berfokus pada contoh-contoh soal yang selama ini diberikan pada materi

aljabar yang sifatnya kontekstual dengan menyertakan harga satuan barang. Siswa tersebut menganggap $3p$ dan $5b$ masing-masing menyatakan banyak tiga pensil dan lima buku. Hal ini perlu dicermati bahwa ternyata ada kekakuan asosiasi dalam melakukan representasi masalah harga yang disajikan pada soal nomor 1. Prosedur penyelesaian yang dilakukan siswa sudah benar jika menggunakan atau diketahui besaran harganya, akan tetapi ketika melangkah pada hal yang abstrak, siswa tidak mampu merepresentasikan bahwa p dan b merupakan variabel yang masing-masing menyatakan harga sebuah pensil dan buku, ini menunjukkan konsep variabel tidak dipahami dengan benar.

Bentuk kesalahan huruf sebagai label dan kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya juga terjadi pada soal nomor 5. Sebanyak 26,7% siswa menjawab “banyak siswa empat kali dari banyak guru, $4S = G$ ”. Berdasarkan jawaban tersebut siswa langsung menerjemahkan pernyataan soal dalam bahasa simbol tanpa melakukan proses perbandingan yang menyatakan banyak siswa dan guru, proses ini oleh Clement (1982) disebut sebagai *word order matching* (menyesuaikan dengan susunan kata), yakni $4S = G$. Dalam hal ini S dan G dianggap sebagai label dan bukan sebagai variabel. Ada kemungkinan juga siswa melakukan proses perbandingan, namun proses tersebut bersifat statis sesuai

kalimat soal yang oleh Clement (1982) disebut sebagai *static comparison pattern*. Empat kali banyak siswa dari guru dimaknai sebagai banyak guru sama dengan empat kali banyak siswa, secara aljabar dinyatakan $G = 4S$, ini menunjukkan sebenarnya siswa sudah menggunakan perbandingan dan menyatakannya secara aljabar namun masih bersifat *static comparison pattern*.

Kesalahan lain yang dilakukan siswa adalah konjoining operasi penjumlahan dan perkalian dengan menuliskan $3p + 5b = 8pb$ (23,2%). Mereka paham bahwa harga total diperoleh dari $3p + 5b$ akan tetapi mereka masih menganggap bahwa bentuk aljabar yang terbuka seperti itu sebagai bentuk yang tidak lengkap dan menerapkan hal yang sama pada operasi penjumlahan bilangan bulat dengan menjawab $3p + 5b = 8pb$. Hal tersebut didukung oleh penjelasan Booth (1988) yang menyatakan bahwa siswa kurang memahami sifat ketertutupan simbol variabel aljabar pada operasi penjumlahan (“+”). Siswa menganggap bentuk aljabar yang terbuka sebagai bentuk yang tidak lengkap dan selalu berusaha menyederhanakannya. Sebagai contoh, bentuk $a + b$ disederhanakan menjadi ab . Penyebab kesalahan ini adalah adanya kecenderungan dalam penyelesaian masalah aritmatika yang mengarah pada jawaban satu digit angka dan menafsirkan simbol “+” sebagai operasi yang “harus” dilakukan. Hal senada juga diungkapkan oleh Agnieszka (1997) bahwa siswa yang memiliki kemampuan prosedur rendah menganalogikan $2a + 5a$ sebagai “dua apel ditambah lima apel” (menggantikan a dengan apel), akan tetapi ketika diminta menyederhanakan bentuk $3a + 5b - a$, siswa dengan kemampuan prosedur rendah tetap merepresentasikan a dan b sebagai objek yang sama.

Bentuk kesalahan yang dilakukan oleh siswa pada soal nomor 2 dan 3 menunjukkan bahwa ternyata siswa tidak memahami konsep variabel sebagai generalisasi bilangan. Hal ini nampak dari kesalahan jawaban siswa

pada soal nomor 2 dimana total 38,3% siswa mencoba menentukan banyak buah apel dan jeruk dengan bilangan tertentu yang jumlahnya menghasilkan 15 (misalnya apel sebanyak 8 buah dan jeruk sebanyak 7 buah), bahkan lebih fatal lagi 5% (dari 38,3%) siswa yang menganggap banyak apel dan jeruk adalah 7,5 buah. Ternyata siswa masih menerapkan pemahaman mereka tentang konsep variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya, siswa belum mampu berpikir bahwa banyak apel dan jeruk bisa dipenuhi oleh pasangan bilangan cacah yang jika dijumlahkan hasilnya 15 atau secara aljabar dapat dinyatakan dengan memisalkan x adalah apel dan y adalah jeruk, maka banyaknya apel dan jeruk yang mungkin dibeli oleh Fia adalah pasangan nilai x dan y yang memenuhi $x + y = 15$, x dan y anggota himpunan bilangan cacah.

Demikian pula pada soal nomor 3, siswa tidak mampu memahami bahwa $2n > n + 2$, $n > 2$, n anggota himpunan bilangan asli yang ditandai dengan 60% siswa menjawab tidak tahu, sebab bisa saja $2n < n + 2$, $2n = n + 2$, dan $2n > n + 2$ dan total 35% siswa mencoba mengganti nilai n dengan bilangan asli tertentu untuk memperoleh hubungan $2n$ dan $n + 2$. Hal ini sejalan dengan penjelasan Akgun & Ozdemir (2006) terkait kesalahan-kesalahan siswa yang disebabkan oleh kurangnya pemahaman siswa bahwa variabel merupakan generalisasi bilangan, ternyata siswa gagal dalam proses transisi dari aritmatika menuju aljabar, penalaran siswa terbatas pada pola induktif yang mengarah pada kesesatan jawaban yang diperolehnya.

Variabel sebagai generalisasi bilangan merupakan konsep penting dalam aljabar tetapi banyak siswa justru tidak memahami konsep ini. Usiskin (1988) mengemukakan empat konsepsi variabel dan salah satunya adalah variabel sebagai generalisasi bilangan. Hal tersebut sejalan dengan Philipp (1999) yang mengategorikan tujuh konsepsi variabel dan salah satunya adalah variabel sebagai generalisasi bilangan.

Philipp (1999) menyatakan bahwa jika sulit untuk memahami bahwa variabel sebagai generalisasi bilangan dalam situasi tertentu, maka akibatnya akan sulit untuk memahami konsep fungsi dengan benar, sebab pada konsep fungsi, variabel dapat memiliki lebih dari satu nilai. Namun kenyataannya siswa lebih cenderung memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya yang merupakan konsepsi lain dari variabel yang digunakan dalam persamaan.

Misinterpretasi terkait makna total/jumlahan dan kesalahan membentuk persamaan merupakan dua bentuk kesalahan lainnya yang dilakukan oleh siswa. Dua kesalahan tersebut sebenarnya memiliki keterkaitan satu sama lain, dimana didasari oleh kesalahan representasi dan asosiasi berpikir (Radatz, 1979). Representasi makna harga total yang diungkapkan pada soal nomor 1 jelaslah merujuk pada operasi penjumlahan, namun siswa gagal memahami hal tersebut dengan benar. Demikian pula pada soal nomor 2 dan 3, bentuk jawaban $j + a = 15$ dan $8j + 7a = 15$ (5%); $j = 15a$ dan $a = 15j$ (13%) pada soal nomor 2 menunjukkan siswa tidak mampu menginterpretasikan dengan benar informasi pada soal bahwa jumlah apel dan jeruk yang dibeli dapat dinyatakan dalam bentuk $a + j = 15$ dan bukan banyak apel adalah lima belas kali banyak jeruk ($a = 15j$). Demikian halnya pada soal nomor 3, 12,5% siswa justru membuat hubungan $2n$ dan $n + 2$ menggunakan tanda "=", siswa tidak paham bahwa inti pertanyaan pada soal tersebut adalah nilai n yang seperti apa yang memenuhi $2n > n + 2$. Hubungan menggunakan tanda "=" menunjukkan siswa tidak paham makna tanda "=" yang menyatakan relasi kesetaraan dan juga n merupakan variabel, dalam hal ini n generalisasi bilangan asli. Ada kecenderungan siswa selalu berusaha menyusun suatu bentuk persamaan tanpa memahami terlebih dahulu bahwa $2n$ dan $n + 2$ dapat juga dinyatakan dalam bentuk pertidaksamaan, sebab n merupakan anggota himpunan bilangan asli. Kesalahan tersebut juga didukung oleh hasil

wawancara terhadap siswa yang melakukan kesalahan tersebut, terungkap bahwa mereka memahami n bukanlah sebagai variabel, melainkan sebagai bilangan.

Soal nomor 4 adalah soal yang digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan siswa dalam melakukan operasi bentuk aljabar. Dua bentuk kesalahan siswa yakni miskanselasi (10%) dan kurangnya pemahaman siswa terkait operasi pecahan (20%) merupakan dua bentuk kesalahan yang saling terkait. Hal ini menunjukkan siswa tidak mampu melakukan dengan benar proses operasi penjumlahan/pengurangan dua pecahan dengan menyamakan penyebut dan melakukan generalisasi proses kanselasi. Kesalahan-kesalahan tersebut sebenarnya bermula pada pembelajaran operasi bilangan, ketika siswa diajarkan untuk menyederhanakan perhitungan pecahan dengan melakukan pencoretan. Kurangnya pemahaman pada materi pecahan menyebabkan kesalahan siswa dalam menggeneralisasi proses pencoretan dan pemahaman terhadap proses tersebut terbatas pada pemecahan masalah, bukan pemahaman simbolisme. Hal tersebut juga berakibat pada kesalahan prosedural siswa yang menerapkan $\frac{ax}{bx} = \frac{a}{b}$ pada bentuk $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a}{b}$ (Norton & Irvin, 2007).

Kesalahan lainnya adalah siswa gagal menerapkan dengan benar sifat distributif operasi perkalian terhadap penjumlahan. Kesalahan tersebut ditandai dengan penerapan proses $-3x(x-1) = -3x^2 + 1$ (5%) dan $-3x(x-1) = 3x^2 - 3x$ (5%). Siswa tidak memperhatikan tanda bilangan dan operasi yang digunakan serta proses perkaliannya tidak melibatkan semua suku-suku yang ada pada bentuk aljabar tersebut. Hal ini sejalan dengan penelitian Norton dan Irvin (2007) yang menunjukkan kesulitan siswa dalam belajar aljabar juga berhubungan dengan operasi bilangan bulat negatif (misalnya, $4 - (-3)$; $-4 + (-2)$). Selain itu menurut Norton & Irvin (2007) siswa juga mengalami kesulitan

dalam melakukan pengurangan ketika tanda operasinya diperluas, misalnya $2(4-5)$, siswa mengabaikan tanda “-“ dan menganggapnya sebagai penjumlahan, contoh lainnya siswa kesulitan menyederhanakan $3(2x-4)$ menjadi $6x + 12$.

Konjoining operasi penjumlahan dan perkalian juga terjadi pada soal nomor 5, 21,6% siswa menerapkan proses $2y(xy) = 2x2y = 4xy$ dan 13,3% siswa menerapkan proses $3x(x) = 4x$. Penjelasan terkait kesalahan ini telah dijelaskan sebelumnya pada bentuk $3p + 5b = 8pb$. Hal menarik yang perlu diperhatikan adalah jika pada soal nomor 1, konjoining yang dilakukan siswa adalah dengan menjumlahkan koefisien dua suku yang berbeda dan mengalikan variabelnya, sebaliknya pada soal nomor 5, dua suku aljabar yang seharusnya dikalikan justru dijumlahkan seperti pada bentuk $2y(xy) = 2x2y = 4xy$ dan $3x(x) = 4x$.

Soal nomor 6 adalah soal yang digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan siswa terkait materi SPLDV. Bentuk kesalahan siswa yang paling banyak dilakukan yaitu penjelasan secara verbal terkait umur Budi dan Amir. Hanya 34,2% siswa menjawab soal tersebut dengan menjelaskan umur Budi saat ini = 8 tahun dan umur Amir = 20 tahun, karena jika diselisihkan adalah 12 tahun dan jika 4 tahun yang akan datang umur Amir menjadi dua kali umur Budi, yaitu 12 dan 24 tahun. Kesalahan ini sejalan dengan penelitian Breiteig dan Grevholm (2006) yang menunjukkan kesulitan siswa dalam transisi aritmatika dan bentuk verbal ke dalam bentuk aljabar. Berdasarkan penelitian tersebut 35% siswa mampu mengerjakan soal tersebut menggunakan cara verbal. Meskipun jawabannya secara verbal benar, namun ini menunjukkan siswa belum mampu berpikir abstrak, terbukti dari penggunaan bahasa verbal yang mendominasi ketimbang penggunaan simbol-simbol aljabar. Hal ini juga didukung oleh hasil wawancara terhadap salah seorang siswa yang menjawab soal umur Budi dan Amir secara verbal. Menurut

siswa tersebut soal ini cukup, informasi pada soal sudah cukup memberikan petunjuk tentang umur Budi dan Amir tanpa harus mengubahnya ke dalam bentuk aljabar.

Sebanyak 22,8% siswa menjawab soal nomor 6 ini dengan cara menebak. Siswa tidak memahami cara menyatakan hubungan umur Amir dan Budi dalam bentuk SPLDV, melainkan menebak umur Amir dan Budi berdasarkan informasi verbal pada soal. Kesalahan ini berkaitan juga dengan penjelasan Breiteig & Grevholm (2006) yang menunjukkan kesulitan siswa dalam transisi aritmatika dan bentuk verbal ke dalam bentuk aljabar. Penjelasan lain terkait jawaban dengan cara menebak juga dikemukakan oleh Egodawatte (2011), ia menjelaskan soal cerita merupakan bentuk soal yang dianggap sulit bagi siswa. Mereka memiliki kesulitan dalam mengelola rincian masalah yang diberikan dalam bentuk verbal. Pada penyelesaian soal cerita, siswa perlu menguasai tiga bidang konseptual dalam aljabar, yakni: variabel, bentuk aljabar, dan persamaan, karena masalah soal cerita mungkin berisi konsep yang berkaitan dengan satu atau lebih tiga bidang konseptual tersebut. Inilah yang menjadi salah satu alasan bahwa masalah soal cerita sulit bagi siswa. Kadang-kadang, tidak ada metode yang jelas yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang disajikan. Menggunakan cara menebak akhirnya menjadi salah satu alternatif untuk menjawab soal yang diberikan.

Kesalahan lainnya yang dilakukan siswa adalah kesalahan interpretasi informasi pada soal. Di antaranya 14,3% siswa membentuk hubungan $A + 4 = 2 + (B + 4)$, dalam hal ini siswa tidak memahami makna empat tahun kemudian umur Amir dua kali umur Budi yang ditandai dengan menuliskan $2 + (B + 4)$. Sebanyak 20% siswa juga menuliskan bentuk $A = 2B + 4$, ini menunjukkan siswa tidak memahami makna empat tahun kemudian itu berlaku untuk Amir dan Budi, tanda “=” seharusnya menyatakan kesetaraan waktu untuk Amir dan Budi.

Sebanyak 8,5% siswa juga tidak memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya, hal ini ditunjukkan oleh jawaban siswa " $A - B = 12 \rightarrow 20 - 8 = 12$, umur Amir = $20 + 4 = 24$; umur Budi = $8 + 4 = 12$ ". Siswa hanya berpatokan pada selisih umur Amir dan Budi sebesar 12 tahun dan membentuk persamaan $A - B = 12$, akan tetapi siswa tidak memperhatikan informasi lain pada soal yang dapat memungkinkan siswa untuk membentuk persamaan lainnya yang tepat. Proses yang dilakukan juga tidak mempertimbangkan cara-cara pencarian solusi penyelesaian suatu persamaan atau sistem persamaan dengan menggunakan eliminasi atau substitusi, melainkan dengan langsung memutuskan bahwa umur Amir dan Budi saat ini masing-masing adalah 20 tahun dan 8 tahun.

Menarik untuk dibahas bahwa pada soal nomor 6 ini tidak satupun kesalahan eliminasi dan substitusi dilakukan siswa. Dari 35 siswa yang menjawab soal nomor 6 ini, 79,8% siswa melakukan kesalahan dengan rincian sebagaimana yang dijelaskan sebelumnya dan 20,2% siswa menjawab benar soal ini dengan membentuk persamaan yang tepat dan melakukan proses eliminasi dan substitusi dengan benar. Ini merupakan dilema tersendiri khususnya bagi penyelesaian soal cerita yang berkaitan dengan SPLDV, sebab bagaimana mungkin kesalahan proses eliminasi dan substitusi dapat teridentifikasi sedangkan dalam merepresentasikan masalah verbal ke dalam model matematika saja siswa sudah melakukan kesalahan.

Dari enam buah soal aljabar yang diberikan, diperoleh informasi tentang miskonsepsi yang terjadi dalam materi aljabar. Dalam hal ini miskonsepsi merupakan gejala struktur kognitif yang menyebabkan kesalahan yang terjadi secara berulang dan stabil (Hammer, 1996). Terjadi secara berulang dan stabil maksudnya kesalahan tersebut muncul pada beberapa nomor soal dan saling terkait satu sama lain. Miskonsepsi yang terjadi yang mendasari

kesalahan siswa terkait soal nomor 1, 5, dan 6 adalah miskonsepsi siswa terkait huruf sebagai label dan kurangnya pemahaman siswa terkait konsep variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya. Miskonsepsi siswa terkait konsep variabel sebagai generalisasi bilangan merupakan hal yang mendasari kesalahan siswa pada soal nomor 2 dan 3. Kesalahan lainnya pada soal nomor 1 dan 5 didasari oleh miskonsepsi siswa yang melakukan konjoining operasi penjumlahan dan perkalian. Sedangkan kesalahan siswa pada soal nomor 1, 2, 3, dan 6 secara umum disebabkan oleh kesalahan siswa melakukan representasi dan interpretasi terhadap informasi yang disajikan pada soal yang berbentuk soal cerita.

Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan paparan hasil penelitian dan pembahasan, disimpulkan hal-hal berikut.

1. Kesalahan siswa dalam memahami konsep variabel di antaranya: kesalahan memahami huruf sebagai label, kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya, konjoining operasi penjumlahan dan perkalian, kurang memahami variabel sebagai generalisasi bilangan, misinterpretasi terkait makna total/jumlahan, dan kesalahan dalam membentuk persamaan. Kesalahan siswa terkait operasi bentuk aljabar di antaranya: *miscancellasi*, konjoining operasi penjumlahan dan perkalian, kurang memahami sifat distributif, dan kurang memahami operasi pecahan. Kesalahan siswa terkait SPLDV diantaranya: melakukan penjelasan verbal, menebak tanpa penjelasan/alasan, kesalahan representasi, dan kurang memahami variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya.
2. Secara umum miskonsepsi yang terjadi yang mendasari kesalahan siswa pada materi aljabar di antaranya: huruf sebagai label, kurangnya pemahaman siswa terkait konsep variabel sebagai sesuatu yang belum diketahui nilainya,

miskonsepsi siswa terkait konsep variabel sebagai generalisasi bilangan, konjoining operasi penjumlahan dan perkalian, dan kesalahan siswa melakukan representasi dan interpretasi terhadap informasi yang disajikan pada soal yang berbentuk soal cerita.

Berdasarkan hasil penelitian ini maka disarankan hal-hal berikut ini.

1. Guru hendaknya aktif mengidentifikasi kesalahan dan miskonsepsi siswa pada materi pembelajaran sebagai dasar untuk merancang pola pembelajaran yang lebih efektif.
2. Guru lebih memberikan penguatan pemahaman konseptual dan prosedural dalam materi aljabar atau yang lainnya berdasarkan kesalahan dan miskonsepsi siswa.
3. Penting bagi para guru dan peneliti lainnya untuk menggunakan berbagai alat dan teknik guna menyelidiki apa yang sebenarnya siswa konstruksi dalam pemahamannya.

Daftar Rujukan

- Agnieszka, D. (1997). Algebraic procedures used by 13-to-15-years olds. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 45–70.
- Akgun, L., & Ozdemir, E. (2006). Students' understanding of the variable as general number and unknown: a case study. *The Teaching Of Mathematics*, 9(1), 45–51.
- Booth, L.R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In Coxford A.F. and Shulte A.P. (Eds.) *The Ideas of Algebra, K-12*. Reston, VA: NCTM..
- Breiteig, T., & Grevholm. (2006). The transition from arithmetic to algebra: to reason, explain, argue, generalize and justify. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2(1), 225-232.
- Clement, J. (1982). Algebra word problems solutions: thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*. 13(1), 16-30.
- Egodawatte, G. (2011). Secondary school students' misconceptions in algebra. *Disertation*. Toronto: University of Toronto.
- Fillooy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2004). Arithmetic/algebraic problem-solving and the representation of two unknown quantities. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2(1), 391-398.
- Hammer, D. (1996). Misconceptions or primes: how may alternative perspectives of cognitive structure influence instructional perceptions and intentions? *The Journal of The Learning Science*, 5(1), 97-127.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M.K. (1990). Functions, graphs, and graphing. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Moleong, L.J. (2011). *Metodologi penelitian kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Nesher, P. (1987). Towards an intructional theory: the role of student's misconceptions. *For the Learning Of Mathematics*, 7(3), 33-39.
- Nasser, R., & Carifio, J. (1993). Students misconceptions and errors in solving algebra word problems related to misconceptions in the field of science. *Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, Misconceptions Trust. Ithaca, August 1 - 4 1993.
- Norton, S., & Irvin, J. (2007). A concrete approach to teaching symbolic algebra. In J. Watson & K. Beswick (Eds.) *Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 3(1), 551-560.
- Olivier, A. (1989). Handling pupils' misconceptions. *Mathematics Education for Pre-Service and In-Service*, 1(1), 193-

209.

- Philipp, R.A. (1999). The many uses of algebraic variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications*. Reston, VA: NCTM.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3(10), 163-172.
- Sugiyono. (2011). *Metode penelitian kuantitatif, kualitatif, dan r&d*. Bandung: Alfabeta.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K – 12*. Reston, VA: NCTM.
- Zevenbergen, R., Dole, S., & Wright, R. J. (2004). *Teaching mathematics in primary schools*. Australia: Allen & Unwin.