



## Karakteristik Ways of Thinking dan Ways of Understanding Siswa Kelas VII dalam Menyelesaikan Masalah Bilangan Bulat dan Pecahan

<sup>1</sup>Syifa Ananda Mefiana, <sup>2</sup>Tatang Herman

<sup>1,2</sup>Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung, Indonesia

E-mail: [syifaananda17@upi.edu](mailto:syifaananda17@upi.edu)

### ABSTRACT

The way of thinking or WoT is a characteristic of a mental action performed by a person while the way of understanding or WoU is a collection or structures consisting of certain axioms, definitions, theorems, proofs, problems and solutions. The purpose of this research is to analyze the characteristics of the students' Ways of Thinking and Ways of Understanding in solving integer and fraction problems. The research method used is descriptive descriptive research. The subjects of this study were class VII junior high school students who had studied the material for operations on integer and fractional arithmetic. The results of the research show that the characteristics of students' WoT and WoU in solving problems related to integers and fractions are interconnected. An incorrect or incomplete way of understanding a concept results in an illogical or wrong way of thinking. Conversely, a good understanding of integers and fractions results in the completion of a systematic, logical, and effective way of thinking.

### ABSTRAK

Cara berpikir atau WoT adalah karakteristik dari suatu tindakan mental yang dilakukan oleh seseorang sedangkan cara memahami atau WoU kumpulan atau struktur-struktur yang terdiri dari aksioma tertentu, definisi, teorema, bukti, masalah, dan solusi. Tujuan penelitian ini yaitu untuk menganalisis karakteristik cara berpikir (Ways of Thinking) dan cara memahami (Ways of Understanding) siswa dalam menyelesaikan masalah bilangan bulat dan pecahan. Metode penelitian yang dilakukan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian ini yaitu siswa kelas SMP kelas VII yang sudah mempelajari materi operasi hitung bilangan bulat dan pecahan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa karakteristik WoT dan WoU siswa dalam menyelesaikan masalah terkait bilangan bulat dan pecahan saling berhubungan. Cara memahami konsep yang salah atau tidak utuh menghasilkan cara berpikir yang tidak logis atau salah. Begitu

### ARTICLE INFO

*Article History:*  
*Received: 3-11-2022*  
*Revision: 2-3-2023*  
*Accepted: 12-4-2023*  
*Published: 5-10-2023*

#### **Keyword:**

*Employ,*  
*Formulates,*  
*Interpret,*  
*Mathematical Literacy Ability,*  
*Reflective.*

#### **Kata Kunci:**

*Employ,*  
*Formulate,*  
*Interpret,*  
*Kemampuan Literasi Matematis,*  
*Reflektif*

---

pun sebaliknya, pemahaman yang baik mengenai bilangan bulat dan pecahan menghasilkan penyelesaian dari cara berpikir yang sistematis, logis, dan efektif .

---

## 1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran yang diajarkan dalam setiap jenjang pendidikan. Setiap siswa harus dapat memahami dasar-dasar pada mata pelajaran matematika untuk diterapkan di kehidupan sehari-harinya. Early, dkk (2018) mengatakan bahwa matematika merupakan ilmu dasar bagi ilmu-ilmu yang lain dan mempunyai peranan penting dalam kehidupan, misalnya upaya penguasaan teknologi. Menurut Sumarmo (2002), pembelajaran matematika perlu diarahkan untuk pemahaman konsep dan prinsip matematika yang kemudian diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika, masalah dalam disiplin ilmu lain dan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Harel (2008) menyebutkan dua kategori pengetahuan yang saling memengaruhi dalam pengetahuan matematika yaitu cara memahami dan cara berpikir. Pentingnya memiliki pemahaman pada siswa juga dikemukakan oleh Mulyani, dkk (2018) bahwa pemahaman konsep matematis merupakan landasan penting untuk berpikir dalam menyelesaikan persoalan-persoalan matematika maupun masalah-masalah kehidupan nyata. Harel (dalam Tamrin, 2018) mendefinisikan bagian pertama berupa kumpulan atau struktur-struktur yang terdiri dari aksioma tertentu, definisi, teorema, bukti, masalah, dan solusi yang disebut dengan WoU. Bagian kedua adalah semua cara berpikir yang disebut WoT, dimana WoT adalah karakteristik dari suatu tindakan mental yang dilakukan oleh seseorang sedangkan produknya adalah semua cara memahami atau WoU. Tindakan atau aktivitas mental yang dilakukan seperti mewakili, menafsirkan, mendefinisikan, menghitung, menduga,

menyimpulkan, membuktikan, menyusun, melambangkan, mengubah, generalisasi, menerapkan, pemodelan, menghubungkan, memprediksi, merumuskan, mengklasifikasikan, mencari, mengantisipasi, dan pemecahan masalah (Harel 2013). Maka dapat disimpulkan bahwa cara berfikir dan cara memahami pada matematika saling mempengaruhi.

Cara berpikir dan cara memahami mempengaruhi cara pandang siswa dalam menyelesaikan masalah. Sejalan dengan itu, Morin (2022) mengatakan pentingnya mengetahui cara berpikir siswa untuk dapat mengetahui kemampuan siswa, mengatasi hambatan siswa, mengembangkan kemampuan siswa, meningkatkan keyakinan diri, proses pembelajaran berjalan dengan baik serta dapat menjadi bahan evaluasi untuk siswa dan guru. Pada prosesnya, peran guru dikelas sangat penting untuk memahami proses berpikir siswa yang unik (Watson, 2013). Kompetensi matematika siswa akan tumbuh lebih optimal jika guru kompeten dalam mengelola proses pembelajaran, baik dari materi pembelajaran maupun meningkatkan aktivitas siswa dalam belajar matematika. Namun, selain pentingnya peran dari guru, dalam beberapa temuan dilapangan nyatanya siswa masih kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan matematis, khususnya pada materi pecahan dengan permasalahan masih banyak siswa yang beranggapan penjumlahan pecahan sama dengan penjumlahan bilangan bulat (Hakim, 2015). sejalan dengan itu, Wahyuningsih (2021) menemukan kesulitan yang dialami siswa pada materi pecahan adalah kurangnya keterampilan dalam berhitung pecahan.

Dari uraian pendapat para ahli mengenai ways of thinking dan ways of understanding siswa dalam menyelesaikan masalah bilangan bulat dan pecahan , maka

peneliti melakukan penelitian, yaitu menganalisis bagaimana karakteristik WOU dan WoT siswa siswa dalam menyelesaikan masalah bilangan bulat dan pecahan

## 2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif yang melibatkan 20 siswa SMP kelas VII. Peneliti memilih dua subjek pada setiap karakter yang mampu mewakili dan mendeskripsikan jawaban dari siswa yang lain dalam populasi yang dipilih. Karakteristik tersebut dilihat dan dikelompokkan berdasarkan hasil tes yang dilakukan oleh peneliti. Dalam penelitian ini, karakteristik WoT dan WoU yang dimaksud adalah bagaimana cara berpikir dan cara memahami siswa terhadap masalah yang diberikan, seperti rumus pada Tabel 1 berikut: (reduksi dari Nurhasanah,2021)

**Tabel 1.** Karakteristik WoU dan WoT

Karakteristik	Cara memahami (WuU)		
	Kategori	Benar (B)	Salah (S)
Cara Berfikir (WoT)	Benar (B)	BB	BS
	Salah (S)	SB	SS

Tabel diatas menunjukkan karakteristik dari WoT dan WoU yang ditemukan oleh peneliti di lapangan. Dari hasil temuan diperoleh empat karakteristik yang akan dikaji lebih dalam yaitu: cara berpikir benar dengan cara memahami yang benar, cara berpikir benar dengan cara memahami yang salah, cara berpikir salah dengan cara memahami yang benar, dan cara berpikir salah dengan cara memahami yang salah. Instrumen dalam penelitian kualitatif ini adalah peneliti sendiri. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan metode think aloud, dimana siswa diberikan lembar

tugas untuk diselesaikan, siswa diminta untuk memecahkan masalah secara individu di kelas dan dilanjutkan dengan wawancara. Masalah bilangan bulat dan pecahan yang diberikan yaitu: “1. Jika pada suatu tes terdapat 100 soal dan penilaian(4 poin untuk jawaban benar, -1 untuk jawaban salah dan 0 untuk tidak dijawab). Tentukan empat kemungkinan banyaknya soal dengan jawaban benar, salah dan tidak dijawab agar pada tes tersebut mendapatkan poin 240?” dan “2. Kota A mempunyai penduduk yang terdiri dari 70% adalah laki-laki. 35% dari laki-laki yang ada di kota itu adalah anak-anak. Jika banyak penduduk di kota A adalah 90.000 jiwa, berapa jumlah penduduk laki-laki yang bukan anak-anak?”. Soal yang diberikan dikaji lebih lanjut dengan menggunakan wawancara. Wawancara lebih lanjut dilakukan kepada setiap perwakilan siswa yang memenuhi setiap kategori. Setelah kegiatan wawancara dilakukan, dilakukan metode triangulasi. Metode triangulasi dilakukan dengan membandingkan hasil tugas siswa dan hasil wawancara.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari beberapa karakteristik yang ditemukan, setiap karakteristik memiliki ciri-ciri tertentu sehingga dapat dikelompokkan menjadi karakter yang sama seperti berikut: (reduksi dari Nurhasanah,2021).

**Tabel 2.** Deskripsi dari Karakteristik WoU dan WoT

No	Karakteristik	Deskripsi
1	Cara berpikir benar dengan cara memahami yang benar (BB)	Cara berpikir benar yaitu dengan menggunakan konsep/algoritma yang baik, logis, dan sistematis dalam menyelesaikan masalah bilangan bulat dan pecahan dengan pemahaman yang baik dari operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian

		serta pembagian pada bilangan bulat dan pecahan, dan konsep bilangan bulat serta pecahan lainnya.
2	Cara berpikir benar dengan cara memahami salah (BS)	Langkah/strategi berpikir yang digunakan sistematis dan logis, penggunaan operasi bilangan bulat dan pecahan pun benar namun tidak memahami konsep dari bilangan bulat dan pecahan secara utuh atau tidak teliti dalam membuat keputusan.
3	Cara berpikir salah dengan cara memahami benar (SB)	Langkah/strategi berpikir yang digunakan salah, operasi bilangan bulat dan pecahan tidak logis, dan tidak teliti dengan proses perhitungan, namun paham dengan baik konsep bilangan bulat dan pecahan yang digunakan dalam menyelesaikan masalah.
4	Cara berpikir salah dengan cara memahami salah (SS)	Langkah/strategi berpikir yang digunakan salah, tidak logis, salah/tidak teliti dengan proses perhitungan, dan tidak memahami konsep dari bilangan bulat dan pecahan secara utuh atau tidak teliti dalam membuat keputusan.

Dari hasil temuan yang diperoleh banyak siswa ber karakteristik BB sebesar 35%, karakteristik BS 10%, karakteristik SB 5% dan karakteristik SS sebesar 50%. Untuk lebih jelas WoT dan WoU dari seriap karakterisitk dijelaskan secara lebih dengan gambar hasil jawaban dan hasil analisis dari wawancara yag dilakukan oleh peneliti.

### 3.1 karakteristik Cara berpikir benar dengan cara memahami yang benar

Pada kategori pertama, siswa mampu beripikir dengan benardan logis serta mampu menggunakan konsep yang benar sehingga tidak ada permasalahan yang diperoleh. Berikut adalah gambar hasil jawaban siswa yang tergolong pada kategori

BB:

Jawab benar = $65 \times 4 = 260$	Jawab benar = $60 \times 4 = 240$	Jumlah laki laki di kota A = 90.000 70% dari 90.000 = 63.000 Jumlah anak laki-laki di kota A 35% dari 63.000 = 22.050 jadi jumlah laki laki bukan anak-anak adalah $63.000 - 22.050 = 40.950$
Jawab salah = $20 \times (-1) = 20$	Jawab salah = 0	
tidak dijawab = 15	tidak dijawab = 40	
	<u>240</u>	
	= 240 //	
Jawab benar = $62 \times 4 = 248$		
Jawab salah = $8 \times (-1) = -8$		
tidak dijawab = 30	<u>240</u>	
	= 240 //	
Jawab benar = $61 \times 4 = 244$		
Jawab salah = $4 \times (-1) = -4$		
tidak dijawab = 35	<u>240</u>	
	= 240 //	

Gambar 1. Jawaban siswa dengan karakteristik BB

Berdasarkan gambar diatas, siswa mampu mengerjakan soal dengan cara dan strategi yang tepat, sistematis, dan logis dengan mencatat seluruh kemungkinan yang ditemukan pada no.1 dan pada no.2 siswa memberikan keterangan unruk setiap hasil yang ditemukan. Siswa berhasil memberikan seluruh kemungkinan jawaban yang diminta pada no.1 dengan jumlah poin yang disebutkan pada soal yaitu 240. Pada soal no.2 siswa juga dengan benah menjawab jumlah laki-laki yang bukan anak-anak sebanyak  $63.000 - 22.050 = 40.950$ . selain itu, saat siswa diminta untuk menjelaskan jawaban-jawaban yang ia temukan, siswa mampu mejelaskan dengan baik dan memahami dengan baik konsep konsep dari bilangan bulat dan pecahan dalam soal tersebut. Pemahaman yang baik mampu melihat hubungan antara berbagai faktor/unsur dalam situasi yang problematis (Hamalik, 2003). Oleh karena itu, siswa tergolong WoT dan WoU dengan karakteristik BB.

### 3.2 karakteristik Cara berpikir benar dengan cara memahami yang salah

Karakteristik selanjutnya adalah cara berpikir benar dengan cara memahami salah (BS). Berikut adalah gambar hasil jawaban siswa yang tergolong pada kategori BS:

67 soal x 13 = 268	Jadi, jawaban soal
28 soal x 5 = 28	Yang benar adalah 67 soal,
+ 5 soal x 10 = 0	Jawaban soal yang salah
100 ,, 290 ,,	adalah 28 soal, dan soal
	yang tidak dijawab 5 soal
) = 96.000 : 100 = 900	
) = 900 x 70 = 63.000	
) = 900 x 35 = 31.500 ,,	
) Jadi, Jumlah seluruh penduduk laki-laki di kota A = 63.000	
) Sedangkan jumlah laki-laki dewasa dan anak-anak	
) masing-masing memiliki jumlah yang sama yaitu:	
) 31.500 ,,	

Gambar 2. Jawaban siswa dengan karakteristik BS

Bedasarkan gambar diatas, siswa mampu menyebutkan salah satu kemungkinan jawaban yang benar pada no.1 dan pada no.2 siswa melakukan perhitungan yang tepat dalam operasi bilangan bulat dan pecahan. Namun, siswa tidak meahami konsep dari bilangan bulat dan pecahan itu sendiri sehingga pada no.1 siswa tidak mampu memberikan seluruh kemungkinan dan tidak memberikan hasil perhitungan secara lengkap, dan untuk no.2 siswa tidak memahami dengan benar konsep sehingga tidak dapat menemukan hasil yang benar untuk penduduk yang laki-laki yang bukan anak-anak. Terlihat siswa langsung menggunakan jumlah seluruh penduduk untuk mencari jumlah anak laki-laki tidak menggunakan hasil seluruh penduduk laki-laki yang ditemukan. Sehingga siswa salah dalam mengambil keputusan untuk menentukan jumlah penduduk laki-laki yang bukan anak-anak. Oleh karena itu, meskipun siswa mengetahui konsep bilangan bulat dan pecahan tetati siswa tergolong pada WoT dan WoU dengan karakteristik BS.

### 3.3 karakteristik Cara berpikir salah dengan cara memahami yang benar

Karakteristik selanjutnya adalah cara berpikir salah dengan cara memahami benar (SB). Berikut adalah gambar hasil jawaban siswa yang tergolong pada kategori SB:

Handwritten student work for two math problems. Problem 1 shows a scoring system: "Benar = 50 x 4 = 200 Point", "Salah = 40 x (-1) = -40 Point", "Tidak dijawab = 10 x 0 = 0 Point", and a final score of 200 + (-40) = 160. Problem 2 shows a calculation for 70% of 90,000, resulting in 63,000, then 35% of that, resulting in 22,050, and a final conclusion: "Jadi jumlah laki-laki yang bukan anak-anak adalah = 2.205 jiwa".

Gambar 3 Jawaban siswa dengan karakteristik SB

Berdasarkan gambar diatas, siswa memahami konsep dalam bilangan bulat dan pecahan, siswa dapat memahami soal yang diberikan. Namun, siswa tidak teliti dalam mengambil keputusan akhir. Terlihat siswa memberikan poin pada no.1 siswa salah dalam menggunakan penjumlahan tanda sehingga siswa beranggapan kedua bilangan menjadi dijumlahkan, namun ketika diwawancara siswa menyadari kesalahannya dan dapat memberikan salah satu contoh yang benar. Pada no.2 siswa mengalami salah atau tidak teliti dalam penulisan 70% menjadi 7% saat dikalikan dengan jumlah penduduk keseluruhan untuk mencari jumlah penduduk laki laki sehingga mengakibatkan siswa salah dalam menentukan jumlah penduduk laki-laki yang bukan anak-anak. Saat dikonfirmasi siswa menyadari adanya salah perhitungan dalam operasi yang ia lakukan. Selain itu, subjek mengalami kesulitan dalam menghubungkan informasi yang diperoleh dalam menyusun strategi dikarenakan terdapat ketidak sesuaian informasi yang telah diperoleh sebelumnya sehingga menimbulkan keraguan dalam menjawab dan belum mampu menemukan alternatif solusi atau strategi lainnya serta belum menyadari kesalahan yang dilakukan dikarenakan belum melaksanakan langkah memeriksa kembali. Oleh karena itu, subjek memiliki WoT dan WoU yang tergolong karakteristik SB.

## 3.4 karakteristik Cara berpikir salah dengan cara memahami yang salah

Karakteristik selanjutnya adalah cara berpikir salah dengan cara memahami benar (SS). Berikut adalah gambar hasil jawaban siswa yang tergolong pada kategori

$240 \div 4 = 60$ soal	
yang salah = 40 soal	
yang tidak di jawab = 0	
Jawaban yang salah 20 soal = 80 point	
yang benar = 40 Soal = 160 point	
	$90.000 \times 35\% = 31.500$ jiwa

Gambar 4. Jawaban siswa dengan karakteristik SS

Berdasarkan gambar diatas, siswa tidak mampu memahami dengan baik konsep bilangan bulat dan pecahan yang ada pada soal. Siswa hanya sekedar mengoperasikan saja setiap yang diketahui pada soal baik itu no.1 ataupun no.2. pada no 1 siswa bahkan tidak menggunakan informasi soal dengan tepat sehingga hasil yang didapatkan tidak sesuai dengan tujuan masalah dalam soal. Pada no.2 siswa hanya mengoperasikan langsung jumlah anak laki-laki pada seluruh penduduk. Sehingga siswa tidak mencapai solusi yang benar baik itu no.1 ataupun no.2 siswa. Dikonfirmasi saat wawancara siswa tidak dapat menjelaskan dengan baik jawaban yang siswa berikan, terlihat siswa hanya sekedar mengerjakan tanpa mengetahui tujuan dari apa yang siswa tuliskan. Oleh karena itu, dengan WoT dan WoU yang dilakukan oleh siswa, maka siswa tergolong pada karakteristik SS.

Persentasi yang ditemukan menjelaskan bahwa siswa pada umumnya tidak memahami konsep secara utuh atau siswa hanya terbiasa mengerjakan soal yang rutin namun ketika siswa diberikan soal yang nonrutin siswa kebingungan sehingga tidak dapat memahami soal yang diberikan. Siswa seringkali menghafalkan rumus atau langkah-langkah yang sering dilakukan ketika proses pembelajaran tanpa dimaknai, sehingga cara memahami yang demikian berdampak pada cara berpikir untuk bertindak

menyelesaikan permasalahan matematis. Artinya, jika cara memahami yang salah akan berdampak pada cara berpikir yang salah. Sesuai dengan fakta hasil presentase yang diperoleh dari tes dan wawancara yang dilakukan oleh peneliti. Fakta yang ditemukan sejalan dengan penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Nurhasanah (2021) yang menemukan bahwa cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah benar maka cara memahamiterhadap konsepnya benar dan berlaku sebaliknya. Terlihat dari dominan ditemukannya ketika cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah benar maka cara memahami benar dan jika cara berpikirnya siswa dalam menyelesaikan masalah salah maka cara memhami siswa pun salah.

#### **4. KESIMPULAN**

Ways of thinking dan Ways of understanding memiliki karakteristik dimana siswa dalam menyelesaikan masalah terkait bilangan bulat dan pecahan paling banyak tergolong cara berpikir salah dengan cara memahami yang salah (SS) dan pada cara berpikir benar maka cara memahami benar (BB). Karakteristik tersebut dapat disimpulkan oleh peneliti karena pada umumnya ditemukan hasil bahwa ketika cara berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah salah maka cara memahami terhadap konsep yang baru salah sebaliknya ketika cara berpikir siswa sudah benar maka cara memahami juga benar artinya cara memahami terhadap suatu konsep memengaruhi cara berpikir siswa dalam bertindak menyelesaikan suatu masalah.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- Hakim, M. S. (2015). Miskonsepsi siswa pada materi pecahan di kelas viii smp lkia pontianak. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Khatulistiwa*, 7(7).
- Hamalik. (2003). *Perencanaan Pengajaran Berdasarkan Pendekatan Sistem* (Jakarta: PT Bumi Aksara)
- Harel G 2013 DNR-Based Curricula: The Case of Complex Numbers 2013 *Journal Humanistic Mathematics* 3(2) 2-61

- Harel, G. (2008). What is Mathematics? A Pedagogical Answer to a Philosophical Question. In B. Gold & R. Simons (Eds.), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy* (pp. 265-290). Mathematical Association of America. doi:10.5948/UPO9781614445050.018
- Marwia Tamrin, Disertasi :” Peningkatan Kemampuan Pemahaman Konsep dan Pendidikan Guru Sekolah Dasar Melalui Model DNR-Based Instruction” 2018 Hal 1.
- Morin, S. (2022). Systematic Literature Review: Keberagaman Cara Berpikir Siswa dalam Pemecahan Masalah. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif* Volume 5, No. 1, Januari 2022
- Mulyani, dkk. (2018). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa pada Materi Bentuk Aljabar. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika* 7(2) hl. 251-262
- Nurhasanah, H. (2021). KARAKTERISTIK WAYS OF THINKING (WOT) DAN WAYS OF UNDERSTANDING (WOU) SISWA BERDASARKAN TEORI HAREL. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME)* Volume 3, No. 1, Januari 2021, pp. 105 – 113
- Sumarmo, U. (2002). Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi. Makalah pada Seminar Tingkat Nasional FPMIPA UPI.: Tidak Diterbitkan.
- Wahyuningsih, S., & Istiandaru, A. (2021). Kesulitan Belajar Materi Pecahan Siswa Kelas VII SMP Muhammadiyah 2 Gamping. *Square: Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 3(2), 99-106.
- Watson A, Harel G 2013 The Role of Teachers’ Knowledge of Functions in Their Teaching: A Conceptual Approach With Illustrations From Two Cases *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 13 (2) 154–168