

# APLIKASI MODEL ANTRIAN *MULTISERVER* DENGAN *VACATION* PADA SISTEM ANTRIAN DI BANK BCA CABANG UJUNG BERUNG

Elyzabeth, Maman Suherman, Rini Marwati  
Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA UPI

**ABSTRAK** Antrian merupakan kegiatan yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Pelaku utama dalam antrian adalah *customer* yang membutuhkan pelayanan serta *server* yang memberikan pelayanan. Sistem antrian dengan laju kedatangan dan pelayanan yang berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan yang berdistribusi Eksponensial dilambangkan dengan  $M/M/c$ , dimana  $c$  adalah banyaknya *server*. *Vacation* pada sistem antrian adalah waktu tunda *server* melayani *customer* dalam waktu tertentu saat jam operasional. Sistem antrian dengan laju kedatangan dan laju pelayanan yang berdistribusi Poisson serta waktu pelayanan dan waktu *vacation* yang berdistribusi Eksponensial dimana *server* yang ada lebih dari satu dan *server* tidak secara serentak melakukan *vacation* disebut dengan *Asynchronous Multiple Vacation Model* ( $M/M/c$  (AS, MV)). Berdasarkan studi kasus yang dilakukan di Bank BCA Cabang Ujung Berung dimana pengamatan dipusatkan pada antrian untuk transaksi tunai di atas 10 juta rupiah, dengan banyaknya *server* sebanyak 3 orang maka model antriannya menjadi ( $M/M/3$  (AS, SV)) dan diperoleh laju kedatangan ( $\lambda$ ) 24 orang per jam dan laju pelayanan ( $\mu$ ) 13 orang per jam serta Ekspektasi banyaknya *customer* dalam antrian ( $L_q^{(L)}$ ) 4 orang dan Ekspektasi waktu menunggu *customer* dalam sistem ( $W_q^{(L)}$ ) 10 menit.

**Kata kunci:** Antrian, *Customer*, *Multiserver*, *Vacation*

**ABSTRACT** Queuing is the most likely happens daily life. Those who queue are customers who need service and server that gives service. Queuing system due to arrival and service rate which distribute in Poisson and service time which distributes in Exponential are symbolized  $M/M/c$ , in which  $c$  is the quantity of server. Vacation on queuing system is the duration which server delays to serve the customers at a certain time during operational hour. Queuing system due to arrival and service rate which distribute in Poisson along with service and vacation time which distributes in Exponential which has more than one server and it doesn't do vacation at the same time is called *Asynchronous Multiple Vacation Model* ( $M/M/c$  (AS, MV)). Based on study which is done in BCA Ujung Berung, we focus on queuing for cash transaction of 10 million rupiahs above, whereas there are three servers and we pay attention to the vacation queuing model which becomes ( $M/M/3$  (AS, MV)) and results arrival rate ( $\lambda$ ) 24 people per hour and service rate ( $\mu$ ) 13

people per hour and expectation on the quantity of customer in the queue ( $L_v^{(c)}$ ) 4 people and expectation of customer's queuing time ( $W_v^{(c)}$ ) 10 minutes.

**Key words:** Queuing, Customer, Multiserver, Vacation

## 1. PENDAHULUAN

Untuk mempertahankan pelanggan, sebuah organisasi atau bidang usaha selalu berusaha memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut diantaranya adalah memberikan pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak dibiarkan menunggu (mengantri) terlalu lama. Namun demikian, dampak pemberian layanan yang cepat ini akan menimbulkan biaya bagi organisasi, karena harus menambah fasilitas layanan. Oleh karena itu, teori antrian merupakan salah satu cara untuk mendapatkan informasi guna meningkatkan kualitas pelayanan bagi pelanggan serta memberikan keuntungan maksimal kepada perusahaan.

Pelaku utama dalam antrian adalah pelanggan (*customer*) dan pelayan (*server*). Sedangkan *Vacation* dalam sistem antrian merupakan suatu keadaan dimana tidak terjadi pelayanan untuk beberapa waktu tertentu. Pelayanan tidak dapat dilakukan karena beberapa hal, misalnya kerusakan mesin, persiapan *server* untuk melayani pelanggan dengan nomor antrian berikutnya, *server* yang harus melaksanakan tugas sekundernya, ataupun *server* yang harus beristirahat sejenak. Jika dalam suatu sistem antrian terdapat satu atau lebih *server* yang tidak dapat melayani pelanggan pada rentang waktu tertentu saat jam operasional, maka *server* dikatakan sedang melakukan *vacation*.

Terdapat sistem antrian dengan berbagai jenis *vacation* seperti *single vacatio* dan *multiple vacation*. Sistem antrian dengan *single vacation* merupakan sistem antrian dengan satu *vacation*, sedangkan *multiple vacation* merupakan sistem antrian dengan banyak *vacation*. Dimana *vacation* tersebut dapat dilakukan serentak oleh seluruh *server* dan dapat juga dilakukan tak serentak oleh seluruh *server*.

Contoh terjadinya *vacation* adalah saat *teller* sebuah bank melayani nasabah, namun kemudian sebuah mesin yang digunakan rusak, maka nasabah harus menunggu mesin tersebut hingga dapat beroperasi kembali. Contoh lainnya jika seorang *teller* melayani nasabah yang menyetorkan dana yang besar, maka *teller* tersebut membutuhkan waktu untuk memproses setoran dana tersebut sehingga nasabah dengan nomor antrian berikutnya harus menunggu dalam waktu tertentu hingga *teller* selesai menyelesaikan tugasnya yang berkaitan dengan setoran dana nasabah nomor antrian sebelumnya. Waktu untuk menunggu

perbaikan mesin maupun waktu untuk menunggu *teller* memproses setoran dana dalam jumlah yang besar pada contoh kasus di atas disebut waktu *vacation* dalam sistem antrian.

Adanya *vacation* menyebabkan terjadinya waktu penundaan pelayanan, walaupun waktu penundaan tersebut hanya sesaat namun waktu *vacation* dapat menurunkan kualitas pelayanan yang diberikan. Pada model antrian biasa, waktu penundaan pelayanan diabaikan, oleh sebab itu model antrian biasa tidak sesuai jika digunakan untuk menganalisis model antrian dengan *vacation*.

Suatu sistem antrian *multiserver* dengan kedatangan *customer* yang berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan yang berdistribusi Eksponensial disebut sistem antrian Markovian yang dinotasikan dengan M/M/c, dengan c menyatakan banyaknya *server*. Suatu model antrian *multiserver* dengan beberapa kali *vacation* yang dapat dilakukan secara individual disebut *Asynchronous Multiple Vacations Model*, dan dinotasikan dengan (M/M/c (AS,MV)). Waktu *vacation* berdistribusi Eksponensial dan disiplin antrian *FIFO (First In First Out)*.

### Model Antrian *Multiserver* dengan *Vacation*

Diasumsikan bahwa laju pelayanan ( $\mu$ ), laju kedatangan *customer* ( $\lambda$ ) dan waktu *vacation* ( $\theta$ ) ketiganya saling bebas. Diberikan  $L_v(t)$  adalah jumlah pelanggan dalam sistem pada waktu  $t$ , dan diberikan  $J(t)$  adalah jumlah *server* yang bekerja atau tidak melakukan *vacation* pada waktu  $t$ . Sehingga  $\{(L_v(t), J(t)), t \geq 0\}$  adalah sebuah *Quasi Birth Death (QBD)*. Untuk sebuah proses Markov berdimensi dua  $\{(L_v(t), J(t)), t \geq 0\}$  dengan *state space*

$$\Omega = \{(k, j) : k \geq 0, 1 \leq j \leq m\}$$

Dimana  $k$  merupakan level dari proses,  $j$  merupakan fase proses, dan  $m$  suatu bilangan bulat berhingga atau tak berhingga, memiliki matriks generator infinitesimal sebagai berikut

$$Q = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & B_2 & A_2 & C_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & B & A & C & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} -h_k & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & (c-1)\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{k-1} & (c-k+1)\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\lambda+k+(c-k)\theta) \end{bmatrix}_{(k+1) \times (k+1)}$$

Dengan  $h_k = \lambda + \mu + (c-k)\theta$  untuk  $1 \leq k \leq c-1$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (k-1)\mu \\ 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix}_{(k+1) \times k}$$

$$C_k = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix}_{(k+1) \times (k+2)}$$

Untuk menganalisis suatu QBD *process*, terlebih dahulu dicari solusi non-negatif minimum dari suatu persamaan matriks kuadrat sebagai berikut

$$R^2 B + R C + C = 0$$

diperoleh persamaan  $k r^2 - [\lambda + k + (c-k)\theta]r + \lambda = 0 \quad 1 \leq k \leq c$

Untuk mencari entri-entri non-diagonal *rate matrix*  $R$ , nilai dari entri-entri nondiagonal memenuhi relasi rekursif

$$j! \sum_{i=k}^j r_k r_i + (c-j+1)\theta r_{k,j-1} - [\lambda + j] + (c-j)\theta r_k = 0$$

$$0 \leq k \leq c-1, k+1 \leq j \leq c$$

Sehingga,

$$r_{k,k+1} = \left(\frac{c-k}{k+1}\right) \left(\frac{\theta}{\mu}\right) \frac{r_k}{r_{k+1}^* - r_k}, 0 \leq k \leq c-1$$

$$r_{k,k+2} = \frac{(c-k)(c-k-1)}{(k+1)(k+2)} \left(\frac{\theta}{\mu}\right)^2 \frac{r_k r_{k+2}^*}{(r_{k+2}^* - r_{k+1})(r_{k+1}^* - r_k)}, 0 \leq k \leq c-2$$

Dan seterusnya untuk  $j = k+2, k+3, \dots, k+n$

Matriks  $R$  disebut dengan *rate matrix* yang mempunyai entri-entri non-negatif dengan struktur sebagai berikut

$$R = \begin{bmatrix} r_0 & r_0 & \dots & r_{0c} \\ 0 & r_1 & \dots & r_{1c} \\ 0 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}$$

Persamaan di atas mempunyai solusi non-negatif dan dapat dibentuk menjadi persamaan linier homogen

$$(\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{c-1}, \pi_c) B[\mathbf{R}] = 0$$

$$B[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{c-1} & -A_{c-1} & C_{c-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_c & A_c & A + B \end{bmatrix}$$

Dengan  $\sigma = \beta_c + \delta H^{c-1} \eta$  dan  $\delta = \beta_{c,0}, \beta_{c,1}, \beta_{c,2}, \dots, \beta_{c,c-1}$  merupakan vektor baris berdimensi  $c$ . Sehingga  $\beta_c = (\beta_{c,0}, \beta_{c,1}, \beta_{c,2}, \dots, \beta_{c,c-1}, \beta_c) = (\delta, \beta_c)$ , sedangkan  $H$  merupakan matriks persegi berukuran  $c \times c$  dan  $\eta$  adalah vektor kolom berukuran  $c \times 1$  sebagai berikut

$$H = \begin{bmatrix} r_0 & r_0 & \dots & r_{0,c-1} \\ 0 & r_1 & \dots & r_{1,c-1} \\ 0 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_{c-1} \end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix} r_{0,c} \\ r_{1,c} \\ \vdots \\ r_{c-1,c} \end{bmatrix}$$

Nilai harapan banyaknya customer dalam sistem antrian M/M/c (AS, MV) adalah

$$L_v^{(c)} = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{\sigma} \delta (I - H)^{-2} \eta$$

Waktu menunggu dalam sistem antrian M/M/c (AS, MV)

$$W_v^{(c)} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{\sigma} \delta (I - H)^{-2} \eta \right)$$

## Hasil Numerik

Sistem antrian yang diamati adalah sistem antrian transaksi tunai di atas sepuluh juta rupiah yang dilakukan oleh nasabah Bank BCA Cabang Ujung Berung dan dilayani oleh 3 orang *server*. Terlebih dahulu dilakukan uji kesesuaian distribusi menggunakan *software* SPSS 20, sehingga diperoleh banyaknya kedatangan *customer* berdistribusi Poisson, sedangkan untuk waktu pelayanan dan waktu *vacation* berdistribusi Eksponensial.

Laju kedatangan atau banyaknya kedatangan tiap jam adalah  $\lambda = 24$  kedatangan per jam. Laju pelayanan tiap jam untuk masing-masing server adalah  $\mu = 13$  orang per jam, sedangkan karena jumlah server ( $c$ ) terdapat 3 orang, maka  $\mu_n = c \mu = 39$  orang per jam. Rata-rata waktu *vacation* bagi ketiga *server* tersebut

adalah  $\theta = 0,216$  jam. Faktor utilitas sistem atau peluang server sibuk dinotasikan dengan  $\rho$  dan diperoleh  $\rho = \frac{\lambda}{c} = \frac{2}{3(1)} = 0,615$ .

Matriks generator infinitesimal  $Q$  untuk sistem antrian M/M/3 (AS, MV).

$$Q = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & B_2 & A_2 & C_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & B & A & C & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}$$

Substitusikan nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ , dan  $\theta$  ke dalam entri-entri setiap submatriks yang mengandung elemen tersebut

$$A_0 = -24$$

$$C_0 = [24 \ 0]$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -24,648 & 0,648 \\ 0 & -37 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 13 \\ 0 & 26 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 24 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -24,648 & 0,648 & 0 \\ 0 & -37,432 & 0,432 \\ 0 & 0 & -50 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 26 \\ 0 & 0 & 39 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -24,648 & 0,648 & 0 & 0 \\ 0 & -37,432 & 0,432 & 0 \\ 0 & 0 & -50,216 & 0,216 \\ 0 & 0 & 0 & -63 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 39 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai-nilai entri diagonal dari rate matrix  $\mathbf{R}$  untuk  $k = 1$  memenuhi persamaan kuadrat  $\mu r^2 - [\lambda + \mu + 2\theta]r + \lambda = 0$ , untuk  $k = 2$  memenuhi persamaan kuadrat  $2\mu r^2 - [\lambda + 2\mu + \theta]r + \lambda = 0$ . Didapatkan, yaitu  $r_0 = 0,974$ ,  $r_1 = 0,964$ ,  $r_2 = 0,868$ , dan  $r_3 = 0,615$

Nilai dari entri-entri non diagonal untuk rate matrix  $\mathbf{R}$ , yaitu  $r_{0,1} = 0,052$ ,  $r_{0,2} = 0,008$ ,  $r_{0,3} = 0,000045$ ,  $r_{1,2} = 0,016$ ,  $r_{1,3} = 0,007$ ,  $r_{2,3} = 0,037$ . Karena nilai dari semua entri telah didapatkan, maka *rate matrix*  $\mathbf{R}$  dapat dikonstruksi sebagai berikut

$$R = \begin{bmatrix} 0,974 & 0,052 & 0,008 & 0,000045 \\ 0 & 0,964 & 0,016 & 0,007 \\ 0 & 0 & 0,868 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,615 \end{bmatrix}$$

Struktur matriks  $\mathbf{B}[\mathbf{R}]$  untuk kasus antrian M/M/3 (AS, MV) adalah sebagai berikut

$$B[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{C}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_3 & \mathbf{A} + \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24,648 & 1,324 & 0,208 & 0,002 \\ 0 & -24,9 & 0,848 & 0,273 \\ 0 & 0 & -27,648 & 1,659 \\ 0 & 0 & 0 & -39,015 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya substitusikan submatriks  $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3, \mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$  dan  $\mathbf{A} + \mathbf{R}$

$$B[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} -24 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -24,648 & 0,648 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & -37 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24,648 & 0,648 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 0 & -37,432 & 0,432 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 26 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -24,648 & 1,324 & 0,208 & 0,002 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 & -24,9 & 0,848 & 0,273 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26 & 0 & 0 & -27,648 & 1,659 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39 & 0 & 0 & 0 & -39,015 \end{bmatrix}$$

Diperoleh sepuluh persamaan berikut ini

1.  $-24\pi_0 + 13\pi_1 = 0$
2.  $24\pi_0 - 24,648\pi_1 = 0$
3.  $0,648\pi_1 - 37\pi_1 + 13\pi_2 + 26\pi_2 = 0$
4.  $24\pi_1 - 24,648\pi_2 = 0$
5.  $24\pi_1 + 0,648\pi_2 - 37,432\pi_2 + 13\pi_3 = 0$
6.  $0,432\pi_2 - 50\pi_2 + 26\pi_3 + 39\pi_3 = 0$
7.  $24\pi_2 - 24,648\pi_3 = 0$
8.  $24\pi_2 + 1,324\pi_3 - 24,9\pi_3 = 0$
9.  $24\pi_2 + 0,208\pi_3 + 0,848\pi_3 - 27,648\pi_3 = 0$
10.  $0,002\pi_3 + 0,273\pi_3 + 1,659\pi_3 - 39,015\pi_3 = 0$

Jika  $\rho < 1$ , maka distribusi dari  $\{L_v, J\}$  diberikan oleh  $\pi_k = K\beta_k$ ,  $0 \leq k < \infty$

solusi tersebut dapat diperoleh koefisien

$$\beta_0 = 1$$

$$\beta_1 = 0,974$$

$$\beta_1 = 1,846$$

$$\beta_2 = 0,948$$

$$\beta_2 = 1,829$$

$$\beta_2 = 1,688$$

$$\beta_3 = 0,923$$

$$\beta_3 = 1,812$$

$$\beta_3 = 1,528$$

$$\beta_3 = 0,078$$

$$H = \begin{bmatrix} r_0 & r_0 & 0 \\ 0 & r_1 & r_1 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,974 & 0,052 & 0 \\ 0 & 0,964 & 0,016 \\ 0 & 0 & 0,868 \end{bmatrix}$$

$$\eta = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,000045 \\ 0,007 \\ 0,037 \end{bmatrix}$$

$$\delta = [\beta_3 \quad \beta_3 \quad \beta_3] = [0,923 \quad 1,812 \quad 1,528]$$

$$L_v^{(\epsilon)} = \frac{\rho}{1 - \rho} + \frac{1}{\sigma} \delta (\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-2} \eta \quad 4$$

$$W_v^{(\epsilon)} = \frac{L_v^{(\epsilon)}}{\lambda} = \frac{4}{2} = 0,167 \text{ jam}$$



## Kesimpulan

1. Sistem antrian di Bank BCA cabang Ujung Berung merupakan model antrian *multiserver* dengan *vacation* sehingga model antriannya adalah M/M/3 (AS, MV) dimana waktu penundaan pelayanan diperhatikan, karena jika menggunakan model antrian biasa waktu *vacation* tidak diperhatikan. Dimana model antrian M/M/3 (AS, MV) ini berarti laju kedatangan berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial dimana terdapat 3 *server* yang melakukan beberapa kali *vacation* secara tidak serentak (*Asynchronous Multiple Vacation Model*)
2. Sistem antrian *multiserver* dengan *vacation* dimodelkan dengan *Quasi Birth-Death (QBD) Process* dengan terlebih dahulu dilakukan uji kesesuaian distribusi untuk data banyaknya *customer*, waktu pelayanan, dan waktu *vacation*, selanjutnya dicari nilai untuk faktor utilitas dan nilai untuk ukuran keefektifan sistem menggunakan *Matrix Analytical Method (MAM)* sehingga diperoleh nilai harapan banyaknya *customer* dalam sistem dan nilai harapan waktu tunggu *customer* dalam sistem.
3. Rata-rata untuk laju kedatangan ( $\lambda$ ) diperoleh dengan melakukan pembagian antara jumlah *customer* dengan jumlah jam operasional sistem. Pada studi kasus yang dibahas dalam skripsi ini diperoleh  $\lambda = 24$  orang kedatangan per jam. Sedangkan rata-rata pelayanan ( $\mu$ ) diperoleh dengan melakukan pembagian antara jumlah *customer* dengan jumlah waktu yang diperlukan untuk melayani seluruh *customer*. Pada studi kasus yang dibahas dalam skripsi ini diperoleh  $\mu = 13$  orang per jam dan  $\mu_n = c \cdot \mu = 3(13) = 39$  orang per jam. *Vacation* terjadi saat server tidak memberikan pelayanan kepada *customer* di saat jam operasional. Waktu rata-rata untuk *vacation* ( $\theta$ ) diperoleh dengan melakukan pembagian antara jumlah waktu *vacation* yang dilakukan seluruh *server* dengan jumlah *vacation* yang dilakukan. Pada studi kasus antrian yang dibahas pada skripsi ini diperoleh  $\theta = 0,216$  jam atau 13 menit. Ukuran kinerja atau keefektifan model antrian M/M/c (AS, MV) adalah sebagai berikut:
  - a. Nilai harapan banyak *customer* di dalam sistem ( $L_v^{(c)}$ ) = 3,972 4 orang.
  - b. Nilai harapan waktu tunggu *customer* di dalam sistem ( $W_v^{(c)}$ ) sebesar 0,167 jam atau 10 menit.

## Saran

Dapat dikaji model antrian *multiserver* dengan *vacation* yang dilakukan serempak oleh setiap *server* atau mengkaji suatu keadaan dimana *server* melakukan waktu *setup* atau *warm up* setelah selesai melakukan *vacation* sampai dengan *server* siap kembali melayani *customer*.

## REFERENSI

- Bhat, U. 2008. *An Introduction to Queueing Theory, Modeling and Analysis in Application*. New York: Springer Science and Business Media.
- Budiyanto, E. 2007. *Analisis Model Antrian Non Poisson Menggunakan Imbedded Markov Chain*. Tugas akhir Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI. Bandung: tidak diterbitkan
- Ecker, J, & Kupferschimid, M. (1988). *Introduction to Operation Research*. NewYork : John Wiley and Sons.
- Gross, D. & Harris, C. M. 1998. *Fundamental of Queueing Theory 3rd ed*. New York : John Wiley and Sons.
- Herrhyanto, N & Gantini, T. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Penerbit CV. Yrama Widya.
- Kakiay, Thomas J. 2004. *Dasar teori antrian untuk kehidupan nyata*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Latouche, G & Ramaswami, V. (1999). *Introduction to Matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling*. Philadelphia : ASA-SIAM publishing.
- Nur, E. 2012. *Pemodelan Sistem Antrian Multiserver dengan Multitask Server Menggunakan Vacation Queueing Model*. Tugas Akhir Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UNY. Yogyakarta: tidak diterbitkan
- Ross, S. M. 1983. *Stochastic Processes*. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Sutrisno. 2010. *Model Antrian Multiple Channel Multiple Phase*. Tugas Akhir Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI. Bandung: tidak diterbitkan.

- Taha, Hamdy A. (2003). *Operation Research, An Introduction 8th ed.* Upper Saddle River : Pearson Publishing, Inc.
- Tian & Zhang. 2006. *Vacation Queueing Models Theory and Applications.* New York : Springer Science & Business Media.
- Walpole, R.E. dan Myres, R.H. 1986. *Ilmu Peluang Dan statistika Untuk Insinyur Dan Ilmuwan.* Bandung: Penerbit Institut Teknologi Bandung.
- Winston, Wayne L. 2003. *Operations Research, Applications and Algorithms.* Belmont : Duxbury Press
- Wospakrik, H. (1996). *Teori dan Soal-Soal Operations Research.* Bandung : Erlangga.